

AMÉLIE GIROUX

**Modèle ICLV à noyau logit mixte**  
**Une application aux choix du type de service**  
**résidentiel pour les communications téléphoniques**

Mémoire présenté  
à la Faculté des études supérieures de l'Université Laval  
dans le cadre du programme de maîtrise en économie  
pour l'obtention du grade de maître ès arts (M.A.)

Faculté des sciences sociales  
UNIVERSITÉ LAVAL  
QUÉBEC

2006

©Amélie Giroux, 2006

# Résumé

Ce mémoire propose un modèle de choix à noyau logit mixte qui permet l'intégration de variables latentes. Ce modèle, appelé modèle ICLV à noyau logit mixte, a pour objectif de représenter de façon plus réaliste les choix des agents. Des variables psychométriques sont incluses dans le modèle afin de modéliser l'influence des attitudes et des perceptions sur les choix. Pour estimer ce modèle qui intègre plusieurs équations, soit les équations structurelles et les équations de mesure du modèle de choix et du modèle à variables latentes, un estimateur du maximum de vraisemblance simulé est proposé.

L'objectif principal de ce mémoire est de produire l'une des premières applications concrètes de l'utilisation des modèles ICLV à noyau logit mixte dans le contexte à plusieurs alternatives et plusieurs variables latentes. Pour ce faire, des données provenant d'un vaste sondage effectué par la compagnie NTT sont utilisées afin d'estimer la demande pour les services téléphoniques résidentiels. Des variables latentes telles que la connaissance de la téléphonie IP sont incluses dans le modèle afin de mieux modéliser les choix. Des scénarios simulés permettent finalement de prédire l'évolution de la demande pour la téléphonie IP, puisqu'on remarque que celle-ci est en constante évolution. Les résultats montrent qu'une augmentation de la connaissance de la téléphonie IP aurait le pouvoir d'augmenter considérablement les parts de marché de cette technologie.

# Avant-propos

La réalisation de ce mémoire n'aurait pu être possible sans la participation de M. Denis Bolduc qui m'a apporté un soutien sans pareil au cours des deux dernières années. Son sens de l'humour et son expertise, tant en économétrie que dans les autres domaines, ont fait de lui un excellent directeur de maîtrise. La confiance qu'il a portée en moi fût grandement appréciée. Je me dois aussi de remercier Paule pour son hospitalité.

Merci aussi à tout ceux qui m'ont appuyés tout au long de mes études, en particulier mes parents, Denis et Nicole, qui m'ont offert un support inconditionnel. Merci à Sébastien et Michaël qui m'ont incité, chacun à leur manière, à toujours persévérer. Merci aussi à mes amis qui ont toujours été là pour moi : Steve, Geneviève, Catherine, Marc et Véronique.

Finalement, je tiens à remercier Louis-David qui m'a accompagné tout au long de ma maîtrise et qui a rendu ce parcours si agréable. Gardes ton beau sourire!

# Table des matières

Résumé	ii
Avant-propos	iii
Table des matières	iv
Liste des tableaux	vii
Table des figures	viii
Introduction	1
<b>1 Notions de base</b>	<b>3</b>
1.1 Modèles de choix discrets . . . . .	3
1.2 Modèle à utilité aléatoire . . . . .	4
1.3 Modèles logit et probit . . . . .	6
1.3.1 Modèle logit . . . . .	7
1.3.2 Modèle probit . . . . .	7
<b>2 Méthodologie</b>	<b>9</b>
2.1 Modèle de choix hybride . . . . .	9
2.1.1 Terme d'erreurs flexible . . . . .	9
2.1.2 Variables latentes . . . . .	12
2.1.3 Classes latentes . . . . .	14
2.1.4 Préférences révélées et hypothétiques . . . . .	15
<b>3 Le modèle ICLV à noyau logit mixte</b>	<b>17</b>
3.1 Notation . . . . .	17
3.2 Modèle structurel . . . . .	19
3.3 Modèle de mesure . . . . .	21
3.4 Estimation du modèle ICLV à noyau logit mixte . . . . .	23
3.4.1 Estimation par maximum de vraisemblance . . . . .	23
3.4.2 Méthode de simulation . . . . .	24

<b>4</b>	<b>Application</b>	<b>25</b>
4.1	Introduction . . . . .	25
4.2	Description des alternatives . . . . .	26
4.3	Modèle de choix . . . . .	27
4.4	Modèle à variables latentes . . . . .	29
4.5	Description des variables . . . . .	31
4.6	Description des indicateurs . . . . .	32
<b>5</b>	<b>Résultats</b>	<b>33</b>
5.1	Résultats des estimations des modèles de choix . . . . .	33
5.2	Résultats des estimations du modèle à variables latentes . . . . .	37
5.3	Analyse à la suite des estimations . . . . .	42
5.3.1	Effet de l'âge dans le modèle de choix . . . . .	42
5.3.2	Distribution de la connaissance préalable de la téléphonie IP selon les échantillons . . . . .	44
5.3.3	Probabilité d'adoption de la téléphonie IP étant donné la connaissance préalable de la téléphonie IP . . . . .	46
5.4	Application du modèle . . . . .	47
	<b>Conclusion</b>	<b>51</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>52</b>
<b>A</b>	<b>Calcul des dérivées</b>	<b>54</b>
A.1	Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n   X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial a_k}$ . . . . .	59
A.2	Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n   X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial b_q}$ . . . . .	60
A.3	Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n   X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial c_p}$ . . . . .	60
A.4	Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n   X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \sigma_{jf}}$ . . . . .	60
A.5	Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n   X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial B_{lm}}$ . . . . .	61
A.6	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}}$ dans le cas continu . . . . .	62
A.7	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}}$ dans le cas continu . . . . .	62
A.8	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \alpha_r}$ dans le cas continu . . . . .	62
A.9	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r}$ dans le cas continu . . . . .	62
A.10	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \alpha_r}$ dans le cas binaire . . . . .	63
A.11	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}}$ dans le cas binaire . . . . .	63
A.12	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r}$ dans le cas binaire . . . . .	64
A.13	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}}$ dans le cas binaire . . . . .	64
A.14	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r}$ dans le cas multinomial . . . . .	64
A.15	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}   w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}}$ dans le cas multinomial . . . . .	65

A.16	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn} w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}}$ dans le cas multinomial . . . . .	65
A.17	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn} w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \gamma_{l-1}}$ dans le cas multinomial . . . . .	65
A.18	Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn} w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \gamma_l}$ dans le cas multinomial . . . . .	65

# Liste des tableaux

3.1	Notation utilisée . . . . .	18
4.1	Variables du modèle de choix . . . . .	31
4.2	Variables du modèle à variables latentes . . . . .	31
4.3	Description des indicateurs . . . . .	32
5.1	Résultats des estimations des modèles de choix . . . . .	34
5.2	Valeur des fonctions objectives et des fonctions de log-vraisemblance . . . . .	36
5.3	Résultats des estimations des équations structurelles du modèle à variables latentes . . . . .	38
5.4	Résultats des estimations des équations de mesure des indicateurs . . . . .	41
5.5	Valeurs de base des attributs des alternatives . . . . .	47
5.6	Scénario de base . . . . .	48
5.7	Scénario sans frais initiaux pour la téléphonie IP . . . . .	49
5.8	Scénario avec les frais de la téléphonie IP réduits . . . . .	49
5.9	Scénario avec connaissance préalable de la téléphonie IP augmentée . . . . .	50

# Table des figures

1	Processus de choix d'un agent . . . . .	2
2	Processus de choix détaillé d'un agent . . . . .	2
1.1	Modèle à utilité aléatoire . . . . .	5
1.2	Notation des figures . . . . .	5
2.1	Modèle hybride . . . . .	10
2.2	Extension : terme d'erreurs flexible . . . . .	10
2.3	Extension : variables latentes . . . . .	13
2.4	Extension : classes latentes . . . . .	14
2.5	Extension : préférences révélées et hypothétiques . . . . .	16
3.1	Le modèle ICLV à noyau logit mixte . . . . .	19
5.1	Effet de l'âge sur la connaissance préalable de la téléphonie IP . . . . .	39
5.2	Effet de l'âge sur l'utilité de POIP . . . . .	43
5.3	Effet de l'âge sur l'utilité de IP . . . . .	43
5.4	Distribution de la connaissance pour l'échantillon Internet . . . . .	44
5.5	Distribution de la connaissance pour l'échantillon Tokyo . . . . .	45
5.6	Distribution de la connaissance pour l'échantillon Osaka . . . . .	45
5.7	Probabilité d'adoption de la téléphonie IP étant donné la connaissance préalable de la téléphonie IP . . . . .	46

# Introduction

Les modèles de choix discrets traditionnels sont utilisés afin d'analyser le processus de décision des agents (individus, ménages,...). Ces modèles perçoivent le comportement du preneur de décision comme étant une *boîte noire*. Tel qu'illustré à la figure 1, les intrants sont les caractéristiques du preneur de décision et les attributs des alternatives, alors que l'extrant est le choix observé. Ces modèles simples négligent cependant d'importants aspects particuliers à l'agent, ce qui peut engendrer une mauvaise représentation des décisions. Le modèle de choix à utilité aléatoire, par exemple, ne tient pas compte des perceptions, des attitudes et des préférences hypothétiques du preneur de décision. Pour décrire un comportement plus réaliste, les chercheurs tentent de modéliser l'*intérieur de la boîte noire* en incorporant ces variables latentes au modèle. Le processus de décision de l'agent est alors décrit par la figure 2, où la *boîte noire* est représentée par le rectangle en pointillés. Les intrants sont toujours les caractéristiques du preneur de décision et les attributs des alternatives, alors qu'en plus du choix observé (indicateurs de préférences révélées), les extrants sont les indicateurs d'attitudes, de perceptions et de préférences hypothétiques. D'autres extensions sont aussi envisageables afin d'améliorer le modèle à utilité aléatoire, soit par exemple l'ajout de termes d'erreurs flexibles et de classes latentes. Ces extensions du modèle à utilité aléatoire sont présentement au coeur de plusieurs études et gagnent à être connues.

Dans ce mémoire, un modèle à utilité aléatoire comportant certaines de ces extensions est développé pour ensuite être appliqué à l'estimation de la demande pour la téléphonie IP. La méthode du maximum de vraisemblance est proposée pour l'estimation de ce modèle. Le modèle employé est complexe puisque l'introduction de chaque alternative et de chaque variable latente augmente d'un niveau d'intégration la fonction requise pour calculer la probabilité de choix. Une méthode de simulation doit donc être employée pour remplacer la probabilité de choix par un simulateur efficace, puisqu'il devient rapidement impossible d'évaluer analytiquement une intégrale de grande dimension. Des données provenant d'un vaste sondage effectué par la compagnie Nippon Telegraph and Telephone (NTT) servent à l'application du modèle.

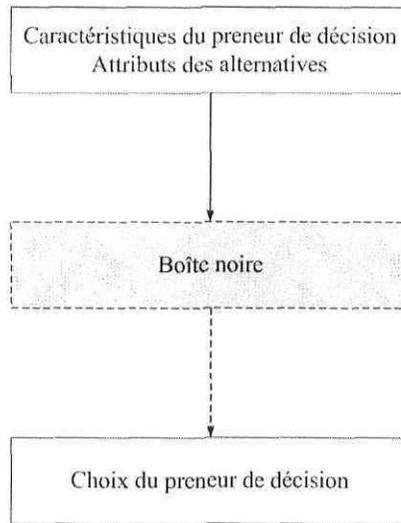


FIGURE 1 – Processus de choix d'un agent

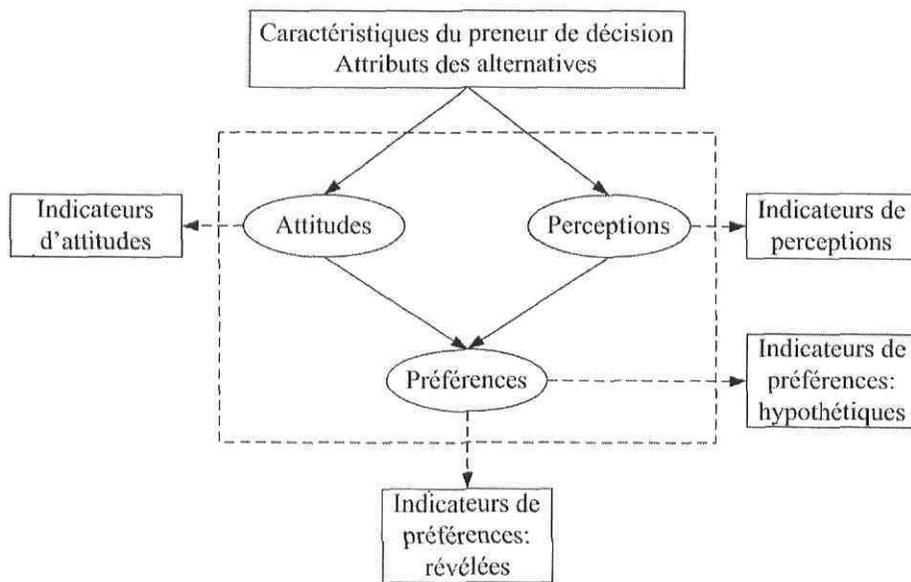


FIGURE 2 – Processus de choix détaillé d'un agent

# Chapitre 1

## Notions de base

### 1.1 Modèles de choix discrets

Les modèles de choix discrets permettent de modéliser les choix d'agents faisant face à un nombre limité d'alternatives. On cherche donc à expliquer des variables dépendantes discrètes en fonction de variables explicatives qui sont soit continues, soit discrètes. Ces modèles sont entre autre utilisés pour analyser et prédire des décisions en théorie du transport. Ainsi, on peut décrire le comportement décisionnel d'un agent ayant le choix entre l'automobile et l'autobus pour se rendre au travail. Les variables explicatives décrivant le choix de l'agent peuvent être continues (par exemple le coût monétaire du déplacement), mais elles peuvent aussi être discrètes (par exemple la ponctualité du mode de transport).

Pour expliquer l'hétérogénéité des préférences entre les preneurs de décision, les modèles de choix discrets doivent inclure des caractéristiques individuelles telles que l'âge, le sexe, l'éducation et le revenu de l'agent.

L'ensemble de choix d'un agent est constitué des alternatives auxquelles il fait face et chaque alternative est caractérisée par un ensemble d'attributs. Pour analyser le processus de décision, on doit non seulement connaître l'alternative qui a été choisie, mais aussi celles qui n'ont pas été choisies. Il faut donc formuler des hypothèses au sujet de l'ensemble de choix que l'agent va considérer au cours de son processus de décision.

Le processus utilisé par le preneur de décision pour évaluer les attributs des alternatives disponibles et déterminer son choix définit sa règle de décision. Plusieurs modèles de choix discrets se basent sur la théorie de l'utilité qui assume que le preneur de décision choisit l'alternative lui procurant la plus grande utilité. En pratique, ce concept présente cependant des limitations. Le comportement humain étant très complexe, on ne peut posséder toutes les informations nécessaires pour décrire correctement le processus décisionnel d'un individu. Ceci suggère que la règle de décision doit inclure une partie aléatoire. On possède tous les ingrédients nécessaires pour définir le modèle à utilité aléatoire.

## 1.2 Modèle à utilité aléatoire

Le modèle à utilité aléatoire, illustré à la figure 1.1, est un modèle de choix discrets qui modélise le processus décisionnel d'un agent.

Ce modèle assume que les individus associent une utilité  $u$  au choix de chaque alternative. On suppose que les utilités sont fonction d'un ensemble de variables explicatives observables  $X$  qui décrivent le preneur de décision et les alternatives. L'agent, étant par hypothèse rationnel, choisira l'alternative dont l'utilité est la plus grande parmi celles disponibles. Les utilités ne sont malheureusement pas observables, ce sont donc des variables latentes. Des indicateurs de choix  $d$  qui eux sont observables et qui découlent de ces utilités seront utilisés en remplacement.

L'équation de l'utilité de l'alternative  $i$  pour l'agent  $n$  s'écrit :

$$u_{in} = V(x_{in}; \beta) + v_{in} \quad (1.1)$$

où

$u_{in}$  : utilité qu'apporte l'alternative  $i$  à l'agent  $n$ ,

$x_{in}$  : vecteur des variables explicatives décrivant l'alternative  $i$  et l'agent  $n$ ,

$\beta$  : vecteur de paramètres inconnus,

$V$  : partie déterministe de l'utilité (fonction de  $x_{in}$  et de  $\beta$ ),

$v_{in}$  : terme d'erreur associé à l'alternative  $i$  et l'agent  $n$ .

$v_n$  représente le vecteur regroupant les termes d'erreurs  $v_{in}$  où  $v_n \sim D(\theta_v)$ ,  $D$  étant une fonction de distribution jointe quelconque et  $\theta_v$  des paramètres inconnus.

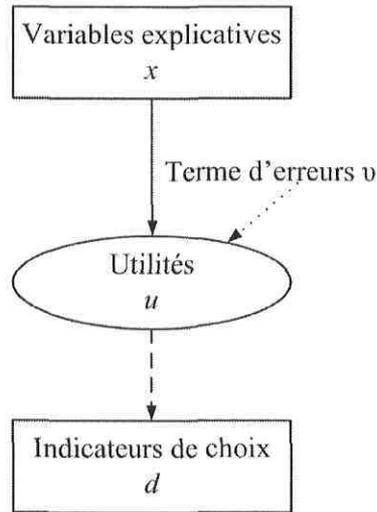


FIGURE 1.1 – Modèle à utilité aléatoire

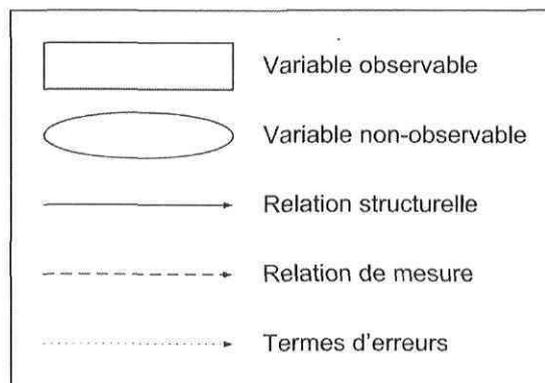


FIGURE 1.2 – Notation des figures

Soit  $C_n$ , l'ensemble de choix de l'agent  $n$ . En assumant la maximisation de l'utilité, le preneur de décision  $n$  choisit l'alternative  $i$  si et seulement si  $u_{in} \geq u_{jn} \forall j \in C_n$ .

On peut évaluer la probabilité de choix de la l'alternative  $i$  par l'agent  $n$  :

$$P_n(i) = \text{Prob}(u_{in} \geq u_{jn}, \forall j \in C_n). \quad (1.2)$$

Pour ce faire, on doit d'abord définir l'équation de mesure définissant les indicateurs de choix  $d_{in} \forall i \in C_n$  :

$$d_{in} = \begin{cases} 1 & \text{si } u_{in} \geq u_{jn}, \forall j \in C_n \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (1.3)$$

La contribution à la fonction de vraisemblance de  $d_n$  (vecteur avec composantes  $d_{in}$ ) consiste à chercher les valeurs des paramètres inconnus rendant le plus probable les réalisations obtenues, c'est-à-dire les indicateurs de choix observés dans l'échantillon pour l'agent  $n$ . Cette fonction est donnée par :

$$P_n(d) = \prod_{i \in C_n} P_n(i)^{d_{in}} \quad (1.4)$$

L'estimation de la probabilité de choix par les méthodes classiques implique la maximisation de cette fonction de vraisemblance.

### 1.3 Modèles logit et probit

À partir de cette formulation générale, ce sont les hypothèses faites sur les termes d'erreurs qui différencient les modèles de choix à utilité aléatoire. Parmi les plus populaires, on retrouve les modèles logit et probit.

### 1.3.1 Modèle logit

Le modèle de choix à utilité aléatoire le plus simple est le modèle logit, c'est pourquoi il est très populaire. Ce modèle suppose que les termes d'erreurs de chaque modalité,  $v_{in}$ , sont indépendants et identiquement distribués (i.i.d.) selon une loi à valeur extrême de type 1. La simplicité de ce modèle repose dans la formulation des probabilités de choix dont la forme explicite ne comporte pas d'intégrale :

$$P_n(i) = \frac{e^{V(x_{in};\beta)}}{\sum_{j \in C_n} e^{V(x_{jn};\beta)}} \quad (1.5)$$

où  $V(x_{kn};\beta)$  est la partie déterministe de l'équation de l'utilité de l'alternative  $k$  pour l'agent  $n$  tel que dans l'équation (1.1).

La simplicité de ce modèle vient cependant avec des inconvénients majeurs. Il est en outre sujet à l'indépendance par rapport aux modalités non pertinentes (I.I.A) qui établit que le rapport des probabilités de deux alternatives quelconques est indépendant de l'ensemble de choix. Ainsi, le modèle prédit que l'introduction ou l'élimination d'une alternative change les probabilités des autres alternatives afin que le rapport des probabilités reste le même. Cette propriété peut être faussement imposée dans certains modèles. C'est en outre le cas pour le fameux paradoxe des autobus bleu et rouge.<sup>2</sup>

### 1.3.2 Modèle probit

Le modèle probit est un autre modèle de choix qui est très populaire. Ce modèle suppose que les termes d'erreurs de chaque modalité,  $v_{in}$ , sont distribués selon une loi normale multivariée. Cette formulation permet de contourner le problème de l'I.I.A. tout offrant la possibilité de modéliser les corrélations qui existent entre les différentes alternatives.

Dans le cas des modèles probit dichotomiques (deux alternatives), la probabilité de choix comporte une intégrale de dimension un. Pour les modèles probit polytomiques (plus de deux alternatives) la dimension de l'intégrale de la probabilité de choix est égale au nombre d'alternatives moins un.

<sup>2</sup>Voir Train (2003) pour plus de renseignements au sujet de l'I.I.A.

La simplicité des modèles à utilité aléatoire laisse place à la critique puisque ceux-ci ne tiennent pas compte d'importants aspects particuliers au preneur de décision. Dans les modèles étudiés jusqu'à maintenant, les choix des agents dépendaient des caractéristiques individuelles observables, des attributs des alternatives observables et d'un terme d'erreur.

Pour avoir une représentation plus réaliste du processus de choix, plusieurs extensions peuvent être ajoutées au modèle à utilité aléatoire. Le prochain chapitre traite du modèle hybride développé par plusieurs chercheurs dont Walker et Ben-Akiva (2002). Ce modèle comporte certaines extensions qui permettent d'améliorer le modèle à utilité aléatoire et qui seront appliquées plus loin dans le cadre de l'estimation de la demande pour les services téléphoniques résidentiels.

# Chapitre 2

## Méthodologie

### 2.1 Modèle de choix hybride

Le modèle de choix hybride est présenté à la figure 2.1. Le noyau de ce nouveau modèle est constitué du modèle à utilité aléatoire vu au chapitre précédent (partie ombragée). Le noyau peut prendre différentes formes et peu importe la forme choisie les équations des utilités seront de la forme de l'équation (1.1). Les noyaux logit sont de très bons candidats puisqu'ils facilitent les calculs.

#### 2.1.1 Terme d'erreurs flexible

Bien que les modèles logit soient fréquemment utilisés seuls puisqu'ils sont faciles à estimer, la rigidité de leur structure des termes d'erreurs limite leur utilisation. À l'opposé, les modèles offrant plus de flexibilité dans la structure des termes d'erreurs, par exemple les modèles probit, peuvent être difficiles à estimer. Afin de remédier à ces désavantages, il est possible de combiner les deux types de modèles pour obtenir un modèle à utilité aléatoire qui possède à la fois une composante des termes d'erreurs flexible (de type probit), ainsi qu'un terme d'erreur additif à valeur extrême facilitant les calculs. Un tel modèle, en plus d'être facile à estimer, permet une riche structure de covariance dans les termes d'erreurs.

Cette première extension du modèle à utilité aléatoire est illustrée à la figure 2.2 (partie foncée).

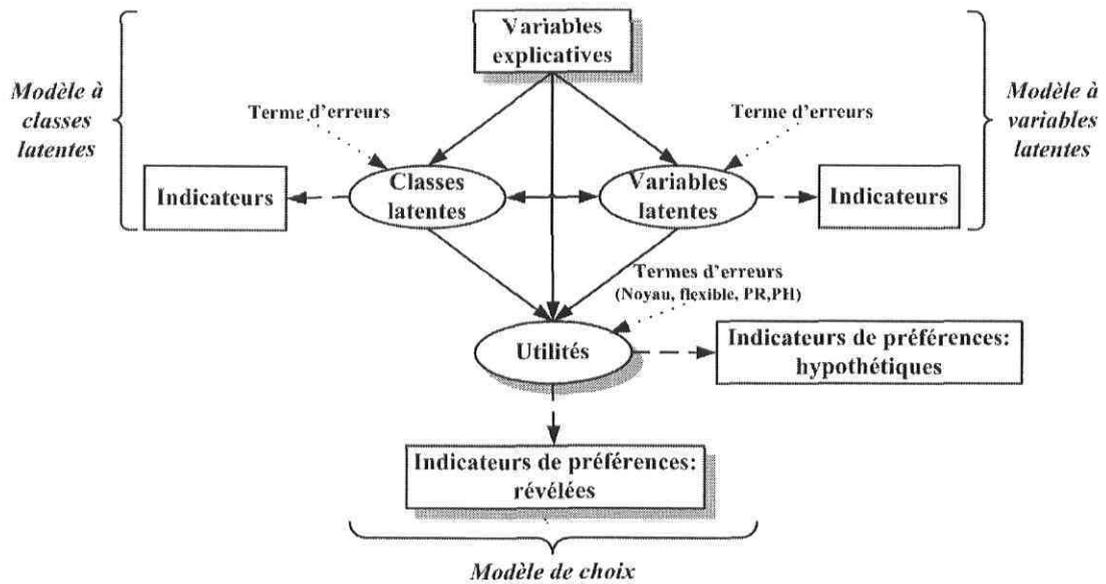


FIGURE 2.1 – Modèle hybride

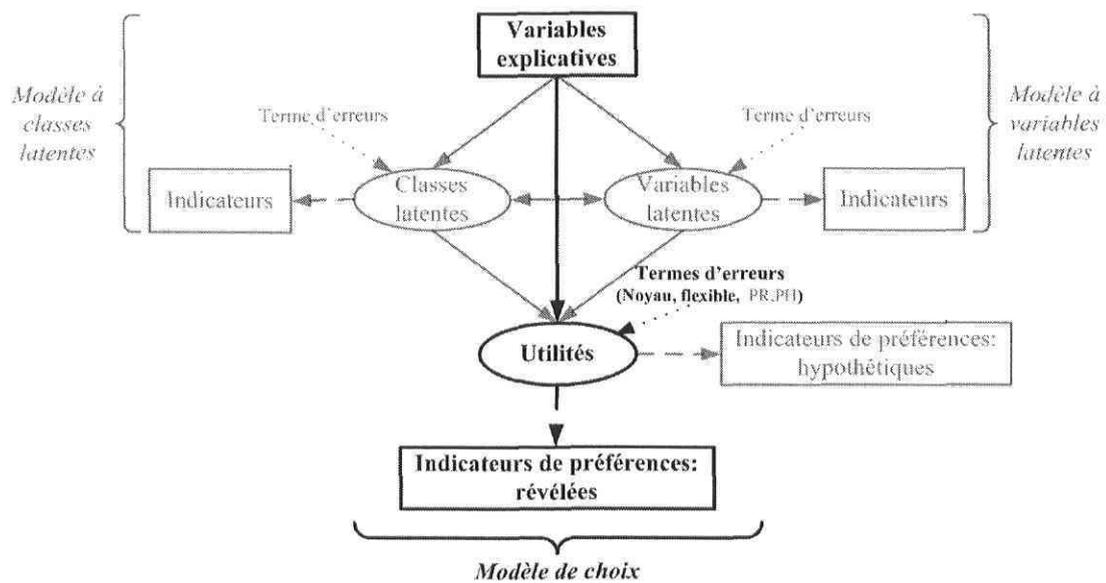


FIGURE 2.2 – Extension : terme d'erreurs flexible

L'équation des utilités sous forme vectorielle s'écrit alors :

$$u_n = V(X_n, \xi_n; \beta) + v_n \quad (2.1)$$

où  $X_n$  est une matrice composée des vecteurs ligne  $x_{in}$ . On suppose que  $v_n$  possède une structure simple  $v_n \sim D(\theta_v)$ , par exemple i.i.d. à valeur extrême et que  $\xi_n$  est une composante des termes d'erreurs flexible ayant une distribution  $D(\theta_\xi)$ .

Si la composante des termes d'erreurs flexible  $\xi_n$  est connue et que  $v_n$  est i.i.d. à valeur extrême de type 1, alors la probabilité de choix conditionnelle à  $\xi_n$  est donnée selon la formulation du modèle logit, soit :

$$P_n(i|\xi_n) = \frac{e^{V(X_{in}, \xi_n; \beta)}}{\sum_{j \in C_n} e^{V(X_{jn}, \xi_n; \beta)}}. \quad (2.2)$$

Comme  $\xi_n$  n'est pas connu en général, alors la probabilité de choix non-conditionnelle est obtenue en intégrant la probabilité (2.2) sur  $\xi_n$  :

$$P_n(i) = \int_{\xi_n} \frac{e^{V(X_{in}, \xi_n; \beta)}}{\sum_{j \in C_n} e^{V(X_{jn}, \xi_n; \beta)}} f(\xi_n | \theta_\xi) d\xi_n \quad (2.3)$$

où  $f(\xi_n | \theta_\xi)$  dénote la fonction de densité jointe de  $\xi_n$ . La dimension de cette intégrale égale à la dimension de  $\xi$ . Comme il devient difficile, voir même impossible d'évaluer analytiquement une intégrale de dimension supérieure à trois, alors l'évaluation de la probabilité non-conditionnelle (2.3) doit souvent passer par la simulation. L'avantage de la formulation (2.3) est qu'elle peut être naturellement estimée par le simulateur lisse et non biaisé suivant<sup>1</sup> :

$$\tilde{P}_n(i) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \frac{e^{V(X_{in}, \xi_n^s; \beta)}}{\sum_{j \in C_n} e^{V(X_{jn}, \xi_n^s; \beta)}} \quad (2.4)$$

où  $\xi_n^s$  dénote le tirage  $s$  à partir de la distribution de  $\xi_n$ .

---

<sup>1</sup>McFadden et Train (2000)

### 2.1.2 Variables latentes

Certaines variables d'intérêt sont mal définies et ne peuvent donc pas être mesurées directement. Par exemple, on ne peut pas mesurer la personnalité et les connaissances d'un individu, mais ces caractéristiques peuvent bien influencer son processus décisionnel.

Les attitudes et les perceptions font partie de ces variables qui sont inobservables et qu'on aimerait incorporer au modèle. Les perceptions constituent les croyances que possède un individu face aux caractéristiques des alternatives qui s'offrent à lui. Les attitudes correspondent quant à elles aux caractéristiques de l'individu et elles reflètent entre autre ses besoins et ses goûts. Les perceptions et les attitudes expliquent une partie de la composante aléatoire de la fonction d'utilité présente dans le modèle à utilité aléatoire. Revenons à l'exemple dans lequel un individu doit choisir entre l'automobile et l'autobus comme moyen de transport pour se rendre au travail. Dans ce cas, les perceptions de l'individu pourraient être la sécurité et le confort qu'il associe aux différents modes de transport, alors que ses attitudes seraient l'importance qu'il accorde à la sécurité et au confort.

L'objectif de cette extension du modèle, présentée à la figure 2.3, est d'incorporer certaines variables latentes au modèle à utilité aléatoire telles que les attitudes et les perceptions du preneur de décision, puisque celles-ci peuvent affecter son processus de choix. Bien que les variables latentes soient inobservables, il est possible de mesurer leurs effets sur des variables observables appelées indicateurs. Le nouveau modèle, appelé modèle ICLV<sup>2</sup>, possède deux composantes, soit un modèle de choix et un modèle à variables latentes.

Le modèle de choix est semblable aux modèles présentés au chapitre 1, à l'exception que maintenant certaines variables explicatives ne sont pas directement observables. On dénote ces variables explicatives non-observables par  $z_n^*$ . L'équation des utilités du modèle de choix devient alors :

$$u_n = V(X_n^c, z_n^*; \beta) + v_n \quad (2.5)$$

où  $X_n^c$  sont les variables explicatives associées au modèle de choix.

---

<sup>2</sup>En anglais : "Integrated Choice and Latent Variable" Ben-Akiva et al. (2002)

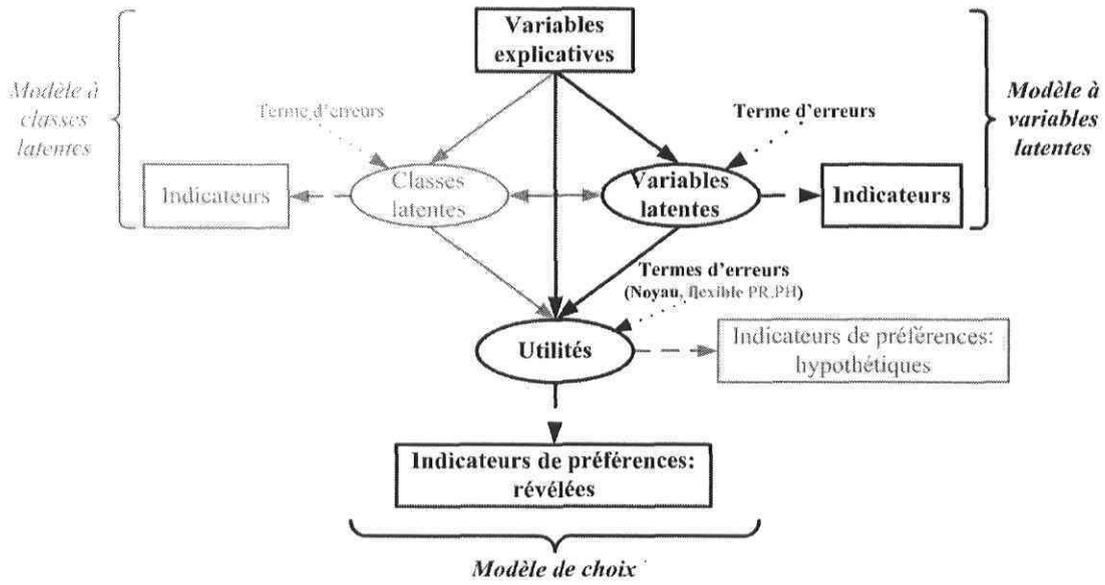


FIGURE 2.3 – Extension : variables latentes

On peut ensuite définir un modèle structurel pour les variables latentes :

$$z_n^* = z^*(X_n^s; \delta) + \zeta_n \quad (2.6)$$

où les variables latentes  $z_n^*$  sont fonction des variables explicatives  $X_n^s$  du modèle structurel, d'un ensemble de paramètres inconnus  $\delta$  et d'un terme d'erreur  $\zeta_n \sim D(\theta_\zeta)$ .

Les indicateurs de ces variables latentes sont obtenus en utilisant des données psychométriques telles que des réponses à des questions de sondages concernant les attitudes et les perceptions de l'agent. Ces indicateurs, dénotés  $y_n$ , sont incorporés modèle via les équations de mesure du modèle à variables latentes :

$$y_n = y(z_n^*; \gamma) + \varepsilon_n \quad (2.7)$$

où les indicateurs  $y_n$  sont fonction de variables latentes  $z_n^*$ , d'un ensemble de paramètres inconnus  $\gamma$  et d'un terme d'erreur  $\varepsilon_n \sim D(\theta_\varepsilon)$ .

La vraisemblance du modèle ICLV est alors donnée par :

$$P(d_n, y_n | X_n; \beta, \delta, \gamma, \theta_v, \theta_\zeta, \theta_\varepsilon) = \int_{z_n^*} P(d_n | X_n, z_n^*; \beta, \theta_v) f(y_n | z_n^*; \gamma, \theta_\varepsilon) f(z_n^* | X_n; \delta, \theta_\zeta) dz_n^* \quad (2.8)$$

où  $f$  représente les fonctions de densité jointes respectives.

### 2.1.3 Classes latentes

Les classes latentes représentent les variables latentes qui sont discrètes. Elles permettent donc de capter de l'hétérogénéité non-observée, puisqu'elles représentent des segments discrets des preneurs de décision qui ne sont pas directement identifiables à partir des données. Il est donc possible d'observer différents comportements de choix selon les classes. Bien qu'il soit impossible d'identifier directement à quelle classe appartient un individu à partir des données, il est possible d'estimer la probabilité que cet individu appartienne à chacune des classes. Le modèle de choix à utilité aléatoire comprenant cette nouvelle extension est représenté à la figure 2.4.

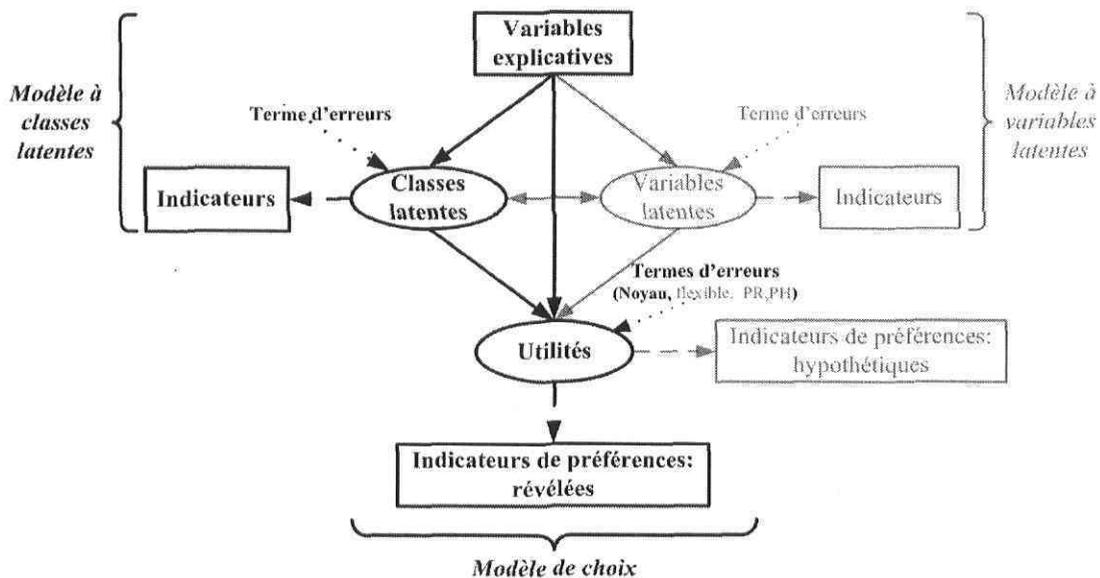


FIGURE 2.4 – Extension : classes latentes

### 2.1.4 Préférences révélées et hypothétiques

Les données sur les préférences proviennent de deux principales sources, soit des expériences sur les préférences révélées et sur les préférences hypothétiques. La figure 2.5 représente le modèle à utilité aléatoire auquel les préférences hypothétiques ont été ajoutées.

Les préférences révélées sont reliées aux choix des individus dans des situations réelles. Les goûts et les préférences sont directement révélés par ces données puisqu'elles reflètent les choix qui ont été faits dans la réalité. Les données sur les préférences révélées ont l'avantage de représenter les choix actuels. Cependant, elles se limitent à des situations de choix et des attributs d'alternatives qui ont déjà existé ou qui existent actuellement.

Les préférences hypothétiques sont, pour leur part, des données collectées à partir de sondages et d'expériences où les répondants doivent faire des choix alors qu'ils sont confrontés à des situations hypothétiques. Les données sur les préférences hypothétiques sont très utiles pour analyser la réponse des agents face à une situation qui n'existe pas réellement. Par exemple, il n'existe pas de données sur les préférences révélées pour des alternatives ayant des attributs autres que ceux présents dans la réalité, mais il est possible d'obtenir des données sur les préférences hypothétiques. En effectuant suffisamment de variations dans les attributs d'intérêt, l'expérience engendra des estimations précises. Les attributs peuvent varier pour chaque répondant et pour chaque expériences auxquelles fait face le répondant. Ces variations font contraste aux données du marché puisque les mêmes produits sont généralement disponibles pour tous les consommateurs, donc il n'y a pas de variation dans les attributs des produits entre les consommateurs. Il existe cependant une limitation importante des données sur les préférences hypothétiques : les choix des répondants face à des situations hypothétiques ne sont pas nécessairement ceux qu'ils prendraient si la situation devait se présentée en réalité. Il y a donc un certain niveau d'imprécision qui apparaît lorsqu'on travaille avec de telles données.

Dans ce mémoire, puisque les répondants au sondage font face à des situations hypothétiques où les attributs des alternatives varient d'après les répondants et d'après les expériences pour chaque répondant, les données utilisées représentent des préférences hypothétiques.

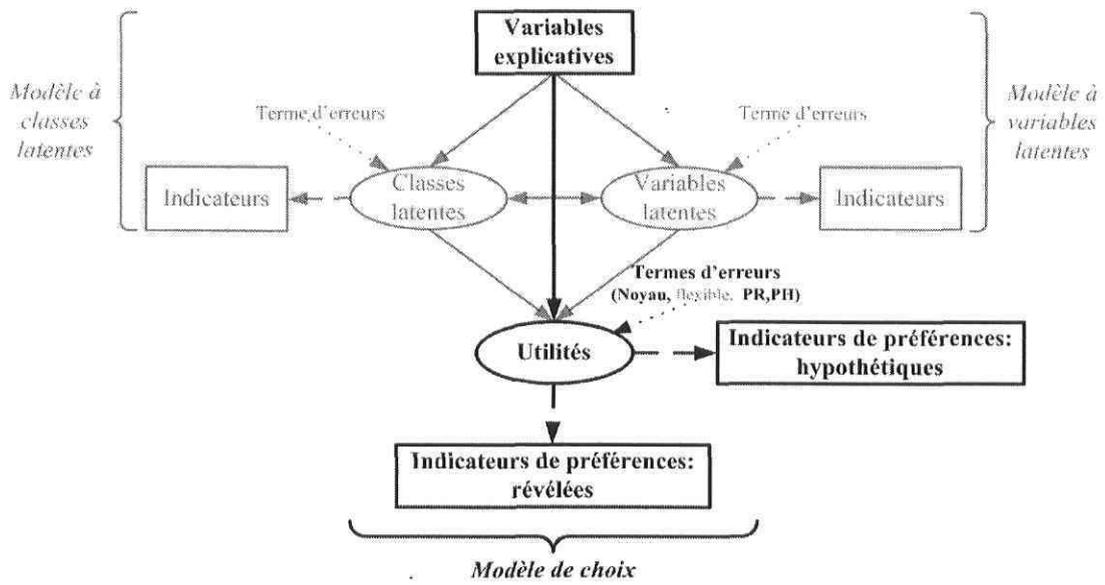


FIGURE 2.5 – Extension : préférences révélées et hypothétiques

# Chapitre 3

## Le modèle ICLV à noyau logit mixte

Bolduc (2006) a développé un programme permettant l'estimation par maximum de vraisemblance des modèles ICLV à noyau logit mixte.

Ce chapitre présente la spécification complète du modèle qui est compatible avec le programme d'estimation. Ce modèle, présenté à la figure 4.1, permet d'incorporer des variables latentes, en plus de posséder une structure flexible des termes d'erreurs de type logit mixte. Dans un premier temps, la notation utilisée pour décrire ce modèle est donnée. Ensuite, les deux composantes du modèle, soit le modèle structurel et le modèle de choix sont présentées. Finalement, la méthode d'estimation par maximum de vraisemblance s'appliquant au modèle est abordée.

Au chapitre suivant, une application utilisant le modèle ICLV à noyau logit mixte et le programme d'estimation est donnée.

### 3.1 Notation

La notation utilisée pour décrire le modèle est donnée à la page suivante par le tableau 3.1.

$x_{in}$	Vecteur ( $K \times 1$ ) de caractéristiques observées pour l'individu $n$ et l'alternative $i$ .
$X_n$	Matrice de spécification ( $J \times K$ ) formée des $J$ vecteurs $x'_{in}$ .
$z_n^*$	Vecteur ( $L \times 1$ ) des variables latentes $z_{in}^*$ .
$Z_n^*$	Matrice de spécification ( $J \times P$ ) formée en utilisant convenablement les éléments $z_{in}^*$ dans le modèle structurel.
$y_n$	Vecteur ( $R \times 1$ ) des indicateurs $y_{rn}^*$ des variables latentes pour l'individu $n$ .
$u_{in}$	Utilité de l'alternative $i$ tel que perçu par l'individu $n$ .
$\nu_n$	Vecteur ( $J \times 1$ ) des termes d'erreurs associés avec les utilités $u_{in}$ , $i = 1, \dots, J$ .
$w_n$	Vecteur ( $M \times 1$ ) des variables $w_{mn}$ expliquant les variables latentes.
$W_n^*$	Matrice de spécification ( $J \times Q$ ) contenant les interactions entre les variables observées et les variables latentes.
$d_{in}$	Variable de décision qui vaut 1 si l'alternative $i$ est choisie par l'individu $n$ et 0 sinon.
$d_n$	Vecteur ( $J \times 1$ ) qui contient les variables de décision $d_{in}$ .
$a, b, c, B, \Lambda$	Matrices (lettres majuscules) et vecteurs (lettres minuscules) des paramètres inconnus.
$\alpha_r$	Constante associée à l'équation de mesure représentant l'indicateur $r$ .
$\gamma_l$	Borne dans le cas d'un indicateur discret multinomial.
$I_l, I_J, \Theta$	Matrices de variance-covariance, où $I_M$ représente la matrice identité ( $M \times M$ ).
$\delta$	Ensemble des paramètres inconnus du modèle.
$\zeta, \nu, \varepsilon$	Termes d'erreur dans les équations du modèle structurel et du modèle de mesure.
$\xi$	Terme d'erreur utilisé lors de la modélisation des corrélations entre les alternatives.
<b>P</b>	Matrice ( $J \times F$ ) qui définit les corrélations entre les alternatives. Cette matrice ne contient que des 0 et des 1.
<b>T</b>	Matrice diagonale ( $F \times F$ ) qui contient les facteurs spécifiques aux écarts-types.

TABLEAU 3.1 – Notation utilisée

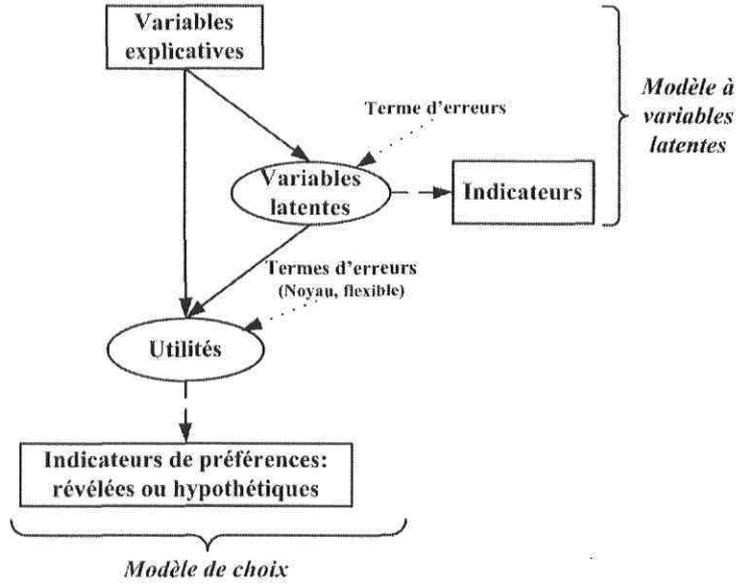


FIGURE 3.1 – Le modèle ICLV à noyau logit mixte

## 3.2 Modèle structurel

Le modèle structurel décrit les relations existant entre les variables explicatives observables et les variables latentes. La première équation de ce modèle concerne la distribution des variables latentes étant donné les variables explicatives observées :

$$z_n^* = B w_n + \zeta_n, \quad \zeta_n \sim MVN(0, I_L) \quad (3.1)$$

$(L \times 1)$      $(L \times M)$   $(M \times 1)$      $(L \times 1)$

La deuxième équation concerne la distribution des utilités des  $J$  alternatives :

$$u_n = X_n a + W_n^* b + Z_n^* c + \mathbf{P} \mathbf{T} \xi_n + \nu_n, \quad (3.2)$$

$(J \times 1)$      $(J \times K)$   $(K \times 1)$      $(J \times Q)$   $(Q \times 1)$      $(J \times P)$   $(P \times 1)$      $(J \times F)$   $(F \times F)$   $(F \times 1)$      $(J \times 1)$

où  $\xi_n \sim NMV(0, I_F)$  et  $\nu_n$  est i.i.d. selon une loi à valeur extrême de type 1. La matrice  $W_n^*$  contient les interactions entre les variables observées et les variables latentes. La matrice  $\mathbf{T}$ , pour sa part, est une matrice diagonale qui contient les  $F$  facteurs composant la structure flexible des termes d'erreurs, tandis que la matrice  $\mathbf{P}$ , qui ne contient que des 1 et des 0, définit les corrélations existant entre les alternatives.

On suppose ici que les variables latentes concernent purement l'individu et qu'elles sont donc invariantes selon les alternatives. Bolduc, Ben-Akiva, Walker et Michaud (2005) traitent le cas où les variables latentes varient selon les individus et selon les alternatives. Comme les données disponibles pour l'estimation du modèle (chapitre 4) ne contiennent que des variables latentes spécifiques à l'individu, il devient inutile dans ce mémoire de complexifier le modèle pour tenir compte de variables latentes pouvant en plus varier selon les alternatives.

C'est la distribution des termes d'erreurs de l'équation (3.2) qui détermine ce que l'on appelle le noyau du modèle ICLV. Dans ce cas-ci, le noyau est de type logit mixte, puisqu'une partie de la structure des termes d'erreurs est distribuée à partir d'une loi à valeur extrême de type 1, alors que l'autre partie est distribuée selon une loi normale. Cette spécification permet une certaine flexibilité des termes d'erreurs, tout en simplifiant le calcul des probabilités de choix (voir section 2.1.1). D'après Mc Fadden et Train (2000), le modèle logit mixte peut approximer n'importe quel modèle de choix à utilité aléatoire.

La probabilité de choix de l'alternative  $i$  étant donné  $z_n^*$  et  $\xi_n$  prend forme selon la formulation du modèle logit :

$$P_n(i|z_n^*, \xi_n) = \frac{\exp(X_{in}a + W_{in}^*b + Z_{in}^*c + \mathbf{P}_i\mathbf{T}\xi_n)}{\sum_{j=1}^J \exp(X_{jn}a + W_{jn}^*b + Z_{jn}^*c + \mathbf{P}_j\mathbf{T}\xi_n)} \quad (3.3)$$

où  $X_{hn}$ ,  $W_{hn}^*$ ,  $Z_{hn}^*$  et  $\mathbf{P}_h$  dénotent les lignes  $h$  de  $X_n$ ,  $W_n^*$ ,  $Z_n^*$  et  $\mathbf{P}$  respectivement.

En supposant que  $z_n^*$  et  $\xi_n$  sont distribués de façon indépendante, alors la probabilité de choix non-conditionnelle de l'alternative  $i$  est donnée par :

$$P_n(i) = \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} \frac{\exp(X_{in}a + W_{in}^*b + Z_{in}^*c + \mathbf{P}_i\mathbf{T}\xi_n)}{\sum_{j=1}^J \exp(X_{jn}a + W_{jn}^*b + Z_{jn}^*c + \mathbf{P}_j\mathbf{T}\xi_n)} n(z_n^*; Bw_n, I_L) n(\xi_n; 0, I_F) dz_n^* d\xi_n \quad (3.4)$$

où  $n(e; h, H)$  représente la densité de la distribution d'une loi normale multivariée de moyenne  $h$  et de matrice variance-covariance  $H$ . Il est important de remarquer que cette intégrale est de dimension  $F+L$  et que même dans un modèle de taille modérée cette dimension peut être contraignante puisqu'il devient impossible d'évaluer analytiquement une intégrale de dimension supérieure à trois.

Tel que vu à la section 2.1.1, un simulateur basé sur la moyenne empirique de tirages provenant des lois normales appropriées servira à l'estimation cette probabilité. Ce simulateur correspond au simulateur du logit mixte qui peut être formulé ainsi pour ce modèle :

$$\tilde{P}_n(i) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \frac{\exp(X_{in}a + W_{in}^{*s}b + Z_{in}^{*s}c + \mathbf{P}_i \mathbf{T} \xi_n^s)}{\sum_{j=1}^J \exp(X_{jn}a + W_{jn}^{*s}b + Z_{jn}^{*s}c + \mathbf{P}_j \mathbf{T} \xi_n^s)} \quad (3.5)$$

où  $W_{in}^{*s}, Z_{in}^{*s}$  et  $\xi_n^s$  dénotent respectivement le tirage  $s$  à partir des distributions de  $W_{in}^*, Z_{in}^*$  et  $\xi_n$ . Ce simulateur sans biais, lisse et convergent par rapport aux paramètres inconnus évite d'estimer des intégrales de grandes dimensions et joue ainsi un rôle primordial lors de l'estimation des modèles ICLV à noyau logit mixte.

La technique d'estimation basée sur la simulation repose sur le fait que l'on remplace les vraies probabilités de l'équation (3.4) par le simulateur (3.5). Une telle approche de simulation a déjà fait ses preuves dans un papier de Bolduc, Fortin et Fournier (1996) où une intégrale de dimension 18 a été évaluée grâce au simulateur du logit mixte.

### 3.3 Modèle de mesure

Les variables latentes ont des effets sur des variables explicatives mesurables, appelées indicateurs. Les indicateurs sont donc utilisés pour représenter les variables qui ne sont pas directement mesurables.

Le modèle de mesure regroupe les équations des indicateurs. Les premières équations de mesure présentées sont celles des indicateurs des variables latentes, ensuite celles des indicateurs de choix sont abordées. Dans le reste du mémoire, le terme indicateur sera utilisé pour représenter les indicateurs de variables latentes.

Chaque équation de mesure reliant les  $R$  indicateurs  $y_{rn}$  et les variables latentes est soit de type continue, binaire ou multinomial.

Dans le cas continu, l'équation de mesure  $r$  est donnée par  $y_{rn} = y_{rn}^*$  avec :

$$\underset{(1 \times 1)}{y_{rn}^*} = \underset{(1 \times 1)}{\alpha_r} + \underset{(1 \times L)}{\Lambda_r} \underset{(L \times 1)}{z_n^*} + \underset{(1 \times 1)}{\varepsilon_{rn}}, \quad \varepsilon_{rn} \sim N(0, \theta_r^2). \quad (3.6)$$

Dans le cas binaire, l'équation de mesure  $r$  s'écrit :

$$\underset{(1 \times 1)}{y_{rn}} = \begin{cases} 1 & \text{si } y_{rn}^* \geq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.7)$$

Dans le cas multinomial, l'équation de mesure  $r$  est donnée par :

$$\underset{(1 \times 1)}{y_{rn}} = \begin{cases} 1 & \text{si } \gamma_0 < y_{rn}^* \leq \gamma_1, \\ 0 & \text{si } \gamma_1 < y_{rn}^* \leq \gamma_2, \\ \dots & \\ L & \text{si } \gamma_{L-1} < y_{rn}^* \leq \gamma_L. \end{cases} \quad (3.8)$$

Dans le cas multinomial, les bornes  $\gamma$  peuvent être estimées, sauf pour  $\gamma_0$  et  $\gamma_L$  qui sont par convention fixées à  $-\infty$  et  $\infty$  respectivement.

L'estimation de  $\alpha_r$  est problématique seulement dans le cas multinomial.<sup>1</sup> Dans ce cas, on fixe  $\alpha_r$  à 0, alors que dans les autres cas il est estimable.

Finalement, en considérant la maximisation de l'utilité, les indicateurs de choix peuvent s'exprimer ainsi :

$$d_{in} = \begin{cases} 1 & \text{si } u_{in} > u_{jn}, j \neq i \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.9)$$

---

<sup>1</sup>Dans le cas multinomial,  $\gamma_l$  et  $\alpha_r$  ne peuvent être estimés simultanément. Cependant, la différence  $(\gamma_l - \alpha_r)$  est estimable, donc en fixant un des deux paramètres, soit  $\gamma_l$  ou  $\alpha_r$ , il est possible d'estimer l'autre paramètre.

## 3.4 Estimation du modèle ICLV à noyau logit mixte

### 3.4.1 Estimation par maximum de vraisemblance

L'estimation des paramètres inconnus des équations (3.1)-(3.2) et (3.6)-(3.9) qui constituent le modèle ICLV à noyau logit mixte peut se faire de deux façons. La première méthode consiste à maximiser la fonction de vraisemblance (simulée) de l'échantillon, alors que la seconde utilise la méthodologie Bayésienne. Avec de grands échantillons, les deux approches donnent normalement des résultats semblables (Train 2003). Dans ce mémoire, l'estimation du modèle est faite par maximum de vraisemblance à l'aide du programme développé par Bolduc (2006).

Pour des raisons d'efficacité, on estime tous les paramètres de façon conjointe. L'estimation à information complète requiert la maximisation de la fonction de vraisemblance du modèle  $P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)$  où  $i_n$  dénote le choix fait par l'individu  $n$  et  $\delta$  les paramètres inconnus  $a, b, c, B, \alpha, \gamma, \lambda$  et  $\theta$ .

En assumant l'indépendance entre les termes d'erreurs, la fonction de vraisemblance du modèle est donnée par :

$$P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta) = \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) g(y_n | w_n, \delta, z_n^*) n(z_n^*; Bw_n, I_L) n(\xi_n; 0, I_F) dz_n^* d\xi_n \quad (3.10)$$

où

$$f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi, z_n^*) = \frac{\exp(X_{in}a + W_{in}^*b + Z_{in}^*c + \mathbf{P}_i \mathbf{T} \xi_n)}{\sum_{j=1}^J \exp(X_{jn}a + W_{jn}^*b + Z_{jn}^*c + \mathbf{P}_j \mathbf{T} \xi_n)} \quad (3.11)$$

et

$$g(y_n | w_n, \delta, z_n^*) = \prod_{r=1}^R g(y_{rn} | w_n, \delta, z_n^*). \quad (3.12)$$

Si l'équation de mesure  $r$  est continue, alors

$$g(y_{rn} | w_n, \delta, z_n^*) = \frac{1}{\theta_r} \phi \left( \frac{y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right). \quad (3.13)$$

Dans le cas où elle est binaire, alors

$$g(y_{rn}|w_n, \delta, z_n^*) = \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)^{y_{rn}} \left(1 - \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)\right)^{(1-y_{rn})}. \quad (3.14)$$

Finalement, lorsque l'équation de mesure est de type multinomiale, alors

$$g(y_{rn} = l|w_n, \delta, z_n^*) = \Phi\left(\frac{\gamma_l - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right). \quad (3.15)$$

### 3.4.2 Méthode de simulation

Tel que discuté précédemment, la probabilité en (3.10) ne peut s'évaluer de façon analytique pour les modèles de taille raisonnable. Le simulateur du logit mixte constitue donc un bon remplaçant pour cette probabilité. La moyenne empirique de cet estimateur est donnée par :

$$\tilde{P}(i_n, y_n|X_n, w_n, \delta) = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f(i_n|X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) g(y_n|w_n, \delta, z_n^{*s})$$

où  $S$  tirages sont effectués à partir des distributions de  $z_n^*$  et de  $\xi_n$ .

La méthode du maximum de vraisemblance simulé maximise la fonction de log-vraisemblance simulée pour tout l'échantillon :

$$\tilde{L}_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln \tilde{P}(i_n, y_n|X_n, w_n, \delta). \quad (3.16)$$

C'est cette méthode d'estimation qui est utilisée par le programme d'estimation. Le programme permet donc d'estimer des modèles ICLV à noyau logit mixte dans le contexte à plusieurs alternatives et plusieurs variables latentes.

# Chapitre 4

## Application

L'objectif de ce mémoire est de produire l'une des premières applications concrètes de l'utilisation des modèles ICLV à noyau logit mixte dans le contexte à plusieurs alternatives et plusieurs variables latentes. L'application concerne le choix du type de service résidentiel utilisé pour les communications téléphoniques. Le modèle ICLV à noyau logit mixte va permettre d'inclure des données psychométriques pour modéliser l'influence des attitudes et des perceptions sur ce choix. De plus, des données sur les préférences hypothétiques seront utilisées pour estimer les parts de marché de chaque alternative selon différents scénarios simulés dans le but d'estimer les choix futurs.

Les choix futurs concernant le type de service résidentiel utilisé pour les communications téléphoniques devraient différer des choix observés lors du sondage, puisque les attributs des alternatives sont en constante évolution. La connaissance de la téléphonie IP devrait aussi jouer un rôle important dans les choix au cours des prochaines années.

### 4.1 Introduction

La demande pour les accès internet à haut débit (internet rapide et à connexion permanente) et la téléphonie IP a considérablement augmentée au cours des dernières années. C'est particulièrement le cas pour le Japon, où il y avait 21,4 millions d'utilisateurs d'accès internet à haut débit et 9,76 millions de téléphones IP en service au mois de septembre 2005.

La présente étude utilise le modèle ICLV à noyau logit mixte pour estimer la demande pour les différents types de services téléphoniques résidentiels. Les données qui sont utilisées sont des données sur les préférences hypothétiques qui proviennent d'un sondage effectué au Japon par la principale firme de télécommunication du pays.

L'étude, menée en 2004 par la compagnie Nippon Telegraph and Telephone (NTT), a généré un nombre considérable de données utiles à l'estimation du modèle :

- Caractéristiques des répondants (revenu, âge, ...)
- Accès internet disponibles (fournisseurs existants et type d'usage)
- Attributs des services internet et des services de téléphonie (coût initial, coût mensuel, vitesse de transmission, ...)
- Préférences hypothétiques des répondants

En plus d'estimer le choix du service téléphonique résidentiel à l'aide du modèle ICLV à noyau logit mixte, deux modèles de choix plus conventionnels (ne contenant pas de variables latentes) sont utilisés pour comparer les résultats. Il devient ainsi possible de déterminer l'impact de l'ajout des variables latentes au modèle pour cette application, puisque le modèle de choix des modèles comparés sont identiques sauf dans la distribution de leurs termes d'erreurs et la présence de variables latentes.

## 4.2 Description des alternatives

Le modèle utilise des données sur les préférences hypothétiques obtenues à la suite d'une expérience conduite à l'aide d'un sondage dans lequel chaque répondant est confronté à cinq scénarios de choix où les trois alternatives disponibles sont : téléphone traditionnel (PO), téléphone traditionnel + téléphonie IP (POIP), téléphonie IP (IP).

La spécification du modèle principal repose sur la méthodologie du modèle ICLV à noyau logit mixte présentée au chapitre précédent. Le modèle est exposé en deux étapes : dans un premier temps les équations du modèle de choix sont définies, ensuite le modèle à variables latentes est présenté.

### 4.3 Modèle de choix

#### *Équations structurelles*

Les utilités des alternatives décrites précédemment sont spécifiées ainsi :

$$U_{PO} = \beta_3 monthChargePOInc + \beta_6 localChPO + \beta_7 longDistChPO + \beta_8 callMobChPO + \sigma_{PO}\xi_{PO} + \nu_{PO} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} U_{POIP} = & \beta_1 + \beta_3 monthChargePOInc + \beta_4 monthChargeIPInc + \beta_5 initChargeIPInc \\ & + \beta_6 localChPOIP + \beta_7 longDistChPOIP + \beta_8 callMobChPOIP + \beta_{12} Tokyo \\ & + \beta_{14} Web + \beta_{16} male + \beta_{18} pwAge_{.30} + \beta_{20} pwAge_{30\_50} + \beta_{22} pwAge_{50\_} \\ & + \beta_{24} pwMobCh_{.8} + \beta_{26} pwMobCh_{8\_} + \beta_{28} pwPOCh_{.3} + \beta_{30} pwPOCh_{3\_} \\ & + \beta_{32} freqVoiceOften + \beta_{34} swIASP2_{.} + \beta_{36} monthChargeIPInc \cdot z_{4n}^* \\ & + c_{21} z_{1n}^* + c_{22} z_{2n}^* + c_{23} z_{3n}^* + c_{24} z_{4n}^* + c_{25} z_{5n}^* \\ & + \sigma_{PO}\xi_{PO} + \sigma_{IP}\xi_{IP} + \nu_{POIP} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} U_{IP} = & \beta_2 + \beta_4 monthChargeIPInc + \beta_5 initChargeIPInc + \beta_6 localChIP \\ & + \beta_7 longDistChIP + \beta_8 callMobChIP + \beta_9 cannotConnectIP \\ & + \beta_{10} emergencyIP + \beta_{11} specNumberIP + \beta_{13} Tokyo + \beta_{15} Web \\ & + \beta_{17} male + \beta_{19} pwAge_{.30} + \beta_{21} pwAge_{30\_50} + \beta_{23} pwAge_{50\_} \\ & + \beta_{25} pwMobCh_{.8} + \beta_{27} pwMobCh_{8\_} + \beta_{29} pwPOCh_{.3} + \beta_{31} pwPOCh_{3\_} \\ & + \beta_{33} freqVoiceOften + \beta_{35} swIASP2_{.} + \beta_{36} monthChargeIPInc \cdot z_{4n}^* \\ & + c_{31} z_{1n}^* + c_{32} z_{2n}^* + c_{33} z_{3n}^* + c_{34} z_{4n}^* + c_{35} z_{5n}^* \\ & + \sigma_{IP}\xi_{IP} + \nu_{IP} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Les variables latentes qui sont incluses dans le modèle de choix sont :

- $z_{1n}^*$  : Connaissance des fonctionnalités de la téléphonie IP.
- $z_{2n}^*$  : Connaissance des conditions d'utilisation de la téléphonie IP.
- $z_{3n}^*$  : Connaissance des frais de la téléphonie IP.
- $z_{4n}^*$  : Connaissance préalable de la téléphonie IP.
- $z_{5n}^*$  : Adoption rapide des nouvelles technologies.

*Équations de mesure*

Les équations de choix sont :

$$d_{in} = \begin{cases} 1 & \text{si } U_{in} \geq U_{jn}, \quad \forall j \neq i, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (4.4)$$

où  $i, j \in \{PO, POIP, IP\}$ .

Les variables incluses dans le modèle de choix sont décrites à la section 4.5.

Le modèle de choix présenté suppose donc que le choix du service résidentiel utilisé pour les communications téléphoniques est fonction des attributs des différentes alternatives, de variables observées, des connaissances au sujet de la téléphonie IP et des attitudes face à l'adoption de nouvelles technologies des répondants.

Tel que vu à la section 3.2, les corrélations entre les alternatives sont décrites par la première partie de la structure des termes d'erreurs où chaque terme  $\xi$  est i.i.d. selon une loi normale standardisée. De plus, la seconde composante de la structure des termes d'erreurs,  $\nu$ , est un terme d'erreur i.i.d. selon une loi à valeur extrême de type 1 associé avec chaque alternative.

## 4.4 Modèle à variables latentes

### *Équations structurelles*

Les équations définissant les variables latentes sont données par :

$$\begin{aligned} z_{1n}^* &= B_{1,1}Intercept + B_{1,2}pwAge\_30 + B_{1,3}pwAge30\_50 + B_{1,4}pwAge50\_ \\ &\quad + B_{1,5}male + B_{1,6}currUseDU + B_{1,7}currUseADCT \\ &\quad + B_{1,8}currUseFO + B_{1,9}nbrYearPC2\_10 + B_{1,10}nbrYearsPC10\_ + \varsigma_{1n} \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} z_{2n}^* &= B_{2,1}Intercept + B_{2,2}pwAge\_30 + B_{2,3}pwAge30\_50 + B_{2,4}pwAge50\_ \\ &\quad + B_{2,5}male + B_{2,6}currUseDU + B_{2,7}currUseADCT \\ &\quad + B_{2,8}currUseFO + B_{2,9}nbrYearPC2\_10 + B_{2,10}nbrYearsPC10\_ + \varsigma_{2n} \end{aligned} \quad (4.6)$$

$$\begin{aligned} z_{3n}^* &= B_{3,1}Intercept + B_{3,2}pwAge\_30 + B_{3,3}pwAge30\_50 + B_{3,4}pwAge50\_ \\ &\quad + B_{3,5}male + B_{3,6}currUseDU + B_{3,7}currUseADCT \\ &\quad + B_{3,8}currUseFO + B_{3,9}nbrYearPC2\_10 + B_{3,10}nbrYearsPC10\_ + \varsigma_{3n} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} z_{4n}^* &= B_{4,1}Intercept + B_{4,2}pwAge\_30 + B_{4,3}pwAge30\_50 + B_{4,4}pwAge50\_ \\ &\quad + B_{4,5}male + B_{4,6}currUseDU + B_{4,7}currUseADCT \\ &\quad + B_{4,8}currUseFO + B_{4,9}cellularOnly + B_{4,10}nbrYearPC2\_10 \\ &\quad + B_{4,11}nbrYearsPC10\_ + \varsigma_{4n} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} z_{5n}^* &= B_{5,1}Intercept + B_{5,2}pwAge\_30 + B_{5,3}pwAge30\_50 + B_{5,4}pwAge50\_ \\ &\quad + B_{5,5}male + B_{5,6}currUseDU + B_{5,7}currUseADCT \\ &\quad + B_{5,8}currUseFO + B_{5,9}nbrYearPC2\_10 + B_{5,10}nbrYearsPC10\_ + \varsigma_{5n} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Les variables utilisées dans ces équations sont définies à la section 4.5.

*Équations de mesure*

Les équations qui relient les 5 variables latentes aux 22 indicateurs binaires<sup>1</sup> sont :

Questions au sujet des fonctionnalités de la téléphonie IP.
$I_1 = \alpha_1 + z_{1n}^* + \lambda_{1,4}z_{4n}^* + \varepsilon_1$
$I_2 = \alpha_2 + \lambda_{2,1}z_{1n}^* + \lambda_{2,4}z_{4n}^* + \varepsilon_2$
$I_3 = \alpha_3 + \lambda_{3,1}z_{1n}^* + \lambda_{3,4}z_{4n}^* + \varepsilon_3$
$I_4 = \alpha_4 + \lambda_{4,1}z_{1n}^* + \lambda_{4,4}z_{4n}^* + \varepsilon_4$
$I_5 = \alpha_5 + \lambda_{5,1}z_{1n}^* + \lambda_{5,4}z_{4n}^* + \varepsilon_5$
$I_6 = \alpha_6 + \lambda_{6,1}z_{1n}^* + \lambda_{6,4}z_{4n}^* + \varepsilon_6$
$I_7 = \alpha_7 + \lambda_{7,1}z_{1n}^* + \lambda_{7,4}z_{4n}^* + \varepsilon_7$

Questions au sujet des conditions d'utilisation de la téléphonie IP.
$I_8 = \alpha_8 + z_{2n}^* + \lambda_{8,4}z_{4n}^* + \varepsilon_8$
$I_9 = \alpha_9 + \lambda_{9,2}z_{2n}^* + \lambda_{9,4}z_{4n}^* + \varepsilon_9$
$I_{10} = \alpha_{10} + \lambda_{10,2}z_{2n}^* + \lambda_{10,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{10}$
$I_{11} = \alpha_{11} + \lambda_{11,2}z_{2n}^* + \lambda_{11,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{11}$

Questions au sujet des frais de la téléphonie IP.
$I_{12} = \alpha_{12} + z_{3n}^* + \lambda_{12,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{12}$
$I_{13} = \alpha_{13} + \lambda_{13,3}z_{3n}^* + \lambda_{13,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{13}$
$I_{14} = \alpha_{14} + \lambda_{14,3}z_{3n}^* + \lambda_{14,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{14}$
$I_{15} = \alpha_{15} + \lambda_{15,3}z_{3n}^* + \lambda_{15,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{15}$
$I_{16} = \alpha_{16} + \lambda_{16,3}z_{3n}^* + \lambda_{16,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{16}$
$I_{17} = \alpha_{17} + \lambda_{17,3}z_{3n}^* + \lambda_{17,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{17}$
$I_{18} = \alpha_{18} + \lambda_{18,3}z_{3n}^* + \lambda_{18,4}z_{4n}^* + \varepsilon_{18}$

Questions au sujet de la connaissance préalable de la téléphonie IP.
$I_{19} = \alpha_{19} + z_{4n}^* + \varepsilon_{19}$

Questions au sujet de l'adoption de nouvelles technologies.
$I_{20} = \alpha_{20} + \lambda_{20,4}z_{4n}^* + z_{5n}^* + \varepsilon_{20}$
$I_{21} = \alpha_{21} + \lambda_{21,4}z_{4n}^* + \lambda_{21,5}z_{5n}^* + \varepsilon_{21}$

Questions au sujet de l'utilisation de la téléphonie IP
$I_{22} = \alpha_{22} + \lambda_{22,1}z_{1n}^* + \lambda_{22,2}z_{2n}^* + \lambda_{22,3}z_{3n}^* + \lambda_{22,4}z_{4n}^* + \lambda_{22,5}z_{5n}^* + \varepsilon_{22}$

<sup>1</sup>Ces indicateurs sont décrits à la section 4.6.

## 4.5 Description des variables

Les variables utilisées dans le modèle de choix sont définies dans le tableau 4.1.

Variable	Description de la variable.
monthChargeXXInc	Frais d'utilisation mensuel du service XX / log(revenu)
initChargeIPInc	Coût initial du service XX / log(revenu)
localChXX	Coût pour 3 minutes de conversation locale utilisant le service XX
longDistChXX	Coût pour 3 minutes de conversation longue distance utilisant le service XX
callMobChXX	Coût pour appeler un téléphone cellulaire à partir du service XX
cannotConnectIP	Variable binaire qui vaut 1 si le téléphone IP ne peut se connecter à un cellulaire et 0 sinon
emergencyIP	Variable binaire qui vaut 1 si le téléphone IP peut faire des appels d'urgence et 0 sinon
specNumberIP	Variable binaire qui vaut 1 si le téléphone IP peut faire des appels à des numéros spéciaux
Tokyo	Variable binaire qui vaut 1 si le répondant provient de l'échantillon de Tokyo et 0 sinon
Web	Variable binaire qui vaut 1 si le répondant provient de l'échantillon d'internet et 0 sinon
male	Variable binaire qui vaut 1 si le répondant est un homme et 0 sinon
pwAgeZ	Variable linéaire par segment d'âge (description au chapitre 4)
pwMobChZ	Variable linéaire par segment des frais du téléphone cellulaire (description au chapitre 4)
pwPOCHZ	Variable linéaire par segment des frais du téléphone traditionnel (description au chapitre 4)
freqVoiceVoften	Variable binaire qui vaut 1 si les télécommunications vocales sont utilisées fréquemment
swlASP2_	Variable binaire qui vaut 1 si l'utilisateur a changé de fournisseur internet deux fois ou plus

TABLEAU 4.1 – Variables du modèle de choix

où XX représente une alternative parmi { PO, POIP, IP }.

Les variables du modèle à variables latentes, qui ne sont pas présentes dans le tableau 4.1, sont définies dans le tableau 4.2.

Variable	Description de la variable.
currUseDU	Variable binaire qui vaut 1 si l'utilisateur utilise l'internet par modem téléphonique et 0 sinon
currUseADCT	Variable binaire qui vaut 1 si l'utilisateur utilise l'internet de type ADSL ou câble et 0 sinon
currUseFO	Variable binaire qui vaut 1 si l'utilisateur utilise l'internet par fibre optique et 0 sinon
cellularOnly	Variable binaire qui vaut 1 si seulement le cellulaire est utilisé à la maison et 0 sinon
nbrYearsPC.2	Variable binaire qui vaut 1 si le nombre d'années d'utilisation d'un ordinateur est inférieur à 2
nbrYearsPC2_10	Variable binaire qui vaut 1 si le nombre d'années d'utilisation d'un ordinateur est situé entre 2 et 10
nbrYearsPC10_	Variable binaire qui vaut 1 si le nombre d'années d'utilisation d'un ordinateur est supérieur à 10

TABLEAU 4.2 – Variables du modèle à variables latentes

## 4.6 Description des indicateurs

Les indicateurs binaires sont définis par les questions suivantes : (oui = 1 et non = 0)

I	Question
1	Il est possible d'effectuer des appels à partir d'un téléphone IP à un téléphone traditionnel
2	Il est possible d'effectuer des appels à partir d'un téléphone IP à un cellulaire
3	Il est possible d'effectuer des appels outremer à partir d'un téléphone IP
4	Il est possible d'effectuer des appels à un téléphone IP à partir d'outremer
5	Il est possible d'effectuer des appels à un téléphone IP à partir d'un téléphone traditionnel
6	Il est possible d'effectuer des appels à un téléphone IP à partir d'un cellulaire
7	Il est possible d'envoyer des faxes à partir d'un téléphone IP
8	Un téléphone traditionnel peut être utilisé avec les services de la téléphonie IP
9	Un équipement spécial est requis pour utiliser la téléphonie IP
10	Aucun ordinateur n'est requis pour utiliser la téléphonie IP
11	Aucune connaissance particulière n'est requise pour utiliser la téléphonie IP
12	Le coût d'un appel local à partir d'un téléphone IP à un téléphone traditionnel est inférieur qu'à partir d'un téléphone traditionnel
13	Le coût d'un appel inter-urbain à partir d'un téléphone IP est inférieur qu'à partir d'un téléphone traditionnel
14	Le coût d'un appel à un cellulaire est inférieur à partir d'un téléphone IP qu'à partir d'un téléphone traditionnel
15	Le coût d'un appel outremer est inférieur à partir d'un téléphone IP qu'à partir d'un téléphone traditionnel
16	Il n'y a pas de coût pour les appels entre les téléphones IP d'un même fournisseur
17	Il n'y a pas de coût initial pour souscrire à un service de téléphonie IP
18	Les frais mensuels des services de téléphonie IP sont inférieurs à 1000 yens
19	Avez-vous entendu parler des services de téléphonie IP ?
20	Je préfère adopter les nouveaux produits et services avant les autres
21	Je préfère adopter les nouveaux produits et services une fois qu'ils sont devenus généralement acceptés
22	Utilisez-vous déjà les services de téléphonie IP ?

TABLEAU 4.3 – Description des indicateurs

# Chapitre 5

## Résultats

Ce chapitre présente les résultats de l'estimation du modèle ICLV à noyau logit mixte exposé au chapitre précédent. Dans un premier temps, les résultats du modèle de choix, ainsi que d'un modèle logit mixte et d'un modèle logit sont donnés. Ensuite, les résultats du modèle à variables latentes sont présentés.

### 5.1 Résultats des estimations des modèles de choix

Le tableau 5.1 renferme les résultats de l'estimation des trois modèles de choix pour fin de comparaison. À gauche se retrouvent les estimations des paramètres du modèle de choix du modèle ICLV à noyau logit mixte (section 4.3), tandis qu'au milieu et à droite se retrouvent respectivement ceux des modèles logit mixte et logit.

La spécification des deux derniers modèles (logit mixte et logit) est identique à celle du modèle de choix du modèle ICLV à noyau logit mixte présenté à la section 4.3, sauf qu'aucune variable latente n'est incluse et qu'il n'y a pas de composante flexible ( $\xi$ ) dans les termes d'erreurs pour le modèle logit.

Modèles de choix

Paramètres	Modèle ICLV			Modèle logit mixte <sup>†</sup>			Modèle logit <sup>†</sup>		
	Estimés	É.-type	Stat. t	Estimés	É.-type	Stat. t	Estimés	É.-type	Stat. t
asc_POIP				Voilé pour fin de confidentialité					
asc_IP				Voilé pour fin de confidentialité					
b_monthChargePOInc	-0.565	0.070	-8.028	-0.532	0.069	-7.689	-0.532	0.067	-7.941
b_monthChargePIInc	-1.599	0.157	-10.183	-1.415	0.143	-9.870	-1.416	0.141	-10.072
b_initChargePIInc	-0.412	0.151	-2.733	-0.426	0.142	-3.001	-0.426	0.141	-3.028
b_localCh	-0.024	0.016	-1.490	-0.025	0.016	-1.634	-0.025	0.016	-1.637
b_longDistCh	-0.005	0.002	-1.908	-0.004	0.002	-1.815	-0.004	0.002	-1.833
b_callMobCh	-0.002	0.001	-3.319	-0.002	0.001	-3.063	-0.002	0.001	-3.058
b_cannotConnectIP	-0.796	0.076	-10.541	-0.764	0.073	-10.485	-0.764	0.073	-10.464
b_emergIP	0.719	0.060	12.054	0.714	0.059	12.153	0.714	0.058	12.332
b_specNumberIP	0.272	0.049	5.580	0.260	0.048	5.380	0.260	0.048	5.443
b_TokyoPOIP				Voilé pour fin de confidentialité					
b_TokyoIP				Voilé pour fin de confidentialité					
b_WebPOIP				Voilé pour fin de confidentialité					
b_WebIP				Voilé pour fin de confidentialité					
b_malePOIP	-0.037	0.050	-0.738	0.140	0.039	3.561	0.140	0.038	3.647
b_maleIP	0.217	0.065	3.324	0.368	0.053	6.911	0.368	0.052	7.032
b_pwAge_30POIP	0.009	0.009	1.008	0.038	0.008	4.863	0.038	0.008	4.919
b_pwAge_30IP	-0.033	0.011	-2.958	-0.010	0.010	-0.978	-0.010	0.010	-0.996
b_pwAge30_50POIP	0.010	0.004	2.464	0.006	0.004	1.637	0.006	0.004	1.675
b_pwAge30_50IP	0.010	0.005	1.945	0.008	0.005	1.782	0.008	0.005	1.804
b_pwAge50_POIP	0.017	0.006	3.005	0.022	0.005	4.197	0.022	0.005	4.232
b_pwAge50_IP	-0.006	0.008	-0.692	0.001	0.007	0.153	0.001	0.007	0.160
b_pwMobCh_8POIP	0.016	0.008	1.897	0.019	0.008	2.404	0.019	0.008	2.423
b_pwMobCh_8IP	-0.014	0.010	-1.300	-0.012	0.010	-1.141	-0.012	0.010	-1.142
b_pwMobCh8_POIP	0.010	0.005	1.893	0.009	0.005	1.758	0.009	0.005	1.804
b_pwMobCh8_IP	0.009	0.007	1.319	0.008	0.007	1.109	0.008	0.007	1.096
b_pwPOCh_3POIP	-0.004	0.025	-0.154	-0.039	0.024	-1.617	-0.039	0.024	-1.625
b_pwPOCh_3IP	-0.357	0.030	-11.889	-0.392	0.029	-13.543	-0.392	0.029	-13.480
b_pwPOCh3_POIP	0.047	0.012	3.921	0.025	0.011	2.256	0.025	0.011	2.265
b_pwPOCh3_IP	-0.008	0.017	-0.439	-0.032	0.017	-1.933	-0.032	0.017	-1.929
b_freqVoiceVoftenPOI	0.215	0.075	2.851	0.300	0.071	4.256	0.301	0.070	4.319
b_freqVoiceVoftenIP	0.324	0.097	3.353	0.434	0.093	4.673	0.434	0.092	4.725
b_swIASP2_POIP	-0.027	0.044	-0.601	0.219	0.041	5.319	0.219	0.040	5.451
b_swIASP2_IP	0.266	0.060	4.445	0.513	0.056	9.105	0.513	0.055	9.367
Z4_monthChIPInc	-0.259	0.121	-2.131						
C21	-0.077	0.027	-2.788						
C22	0.322	0.035	9.319						
C23	-0.028	0.030	-0.955						
C24	0.635	0.030	20.883						
C25	0.106	0.032	3.293						
C31	0.018	0.036	0.494						
C32	0.329	0.044	7.443						
C33	0.118	0.038	3.059						
C34	0.683	0.035	19.436						
C35	0.117	0.042	2.823						
sigPO	0.140	0.073	1.917	0.027	0.049	0.537			
sigIP	0.053	0.061	0.868	0.012	0.041	0.301			

<sup>†</sup> Modèle sans variables latentes

TABLEAU 5.1 – Résultats des estimations des modèles de choix

Les étiquettes *POIP* et *IP* apposées à la droite de certains coefficients indiquent qu'elle alternative est affectée par le coefficient en question. Il y a seulement les effets des coûts des appels locaux, des appels longue distance et des appels à un téléphone cellulaire qui sont génériques à toutes les alternatives, donc qui ne possèdent pas d'étiquette. Lorsqu'une étiquette est suivie de *Inc* cela veut dire que la variable associée a été divisée par le log naturel du revenu pour tenir compte de la variabilité des réponses face aux coûts initiaux qui est fonction du revenu.

Les résultats du modèle de choix du modèle ICLV à noyau logit mixte (à gauche dans le tableau 5.1) montrent que les paramètres associés variables de coûts mensuels, de coûts initiaux et de coûts des appels (*b\_monthChargePOInc* à *b\_callMobCh*) sont de signes négatifs tel qu'espéré. Le coefficient *b\_cannotConnectIP* indique que le fait de ne pas pouvoir appeler un téléphone cellulaire à partir d'un téléphone IP (ce qui était parfois le cas dans les scénarios proposés) a un impact négatif sur l'utilité de la téléphonie IP. Pour sa part, le coefficient *b\_emergIP* dévoile que la possibilité de pouvoir effectuer des appels à une centrale d'urgence à l'aide d'un téléphone IP augmente l'utilité de cette alternative. De même, le coefficient *b\_specNumberIP* indique que la possibilité de pouvoir effectuer des appels à des numéros spéciaux à partir d'un téléphone IP augmente l'utilité de ce dernier. Le paramètre *b\_maleIP* montre que les hommes tendent fortement à favoriser la téléphonie IP par rapport aux femmes, alors que le coefficient *b\_male* associé au téléphone traditionnel combiné à la téléphonie IP (*b\_malePOIP*) n'est pas significatif. Une approximation linéaire par morceaux a été appliquée à l'âge des répondants avec des coudes aux âges de 30 et 50 ans. Les résultats de ces estimations sont présentés à la section 5.1.1. De la même manière, les frais mensuels courants du téléphone cellulaire et du téléphone traditionnel entrent dans la spécification du modèle de choix par l'entremise d'une relation linéaire par morceaux. Un seul coude est défini par relation, soit à 8000 yens pour les frais du téléphone cellulaire et à 3000 yens pour les frais du téléphone traditionnel. Les coefficients associés à ces relations sont respectivement *b\_pwMobChZ* et *b\_pwPOChZ* où *Z* correspond au segment linéaire. D'après les résultats, les répondants ayant des frais élevés pour le téléphone cellulaire privilégient moins l'utilisation du téléphone traditionnel et de la téléphonie IP à la fois (POIP) que ceux ayant des frais moins élevés. Il est difficile d'établir de telles comparaisons à partir des frais du téléphone traditionnel puisque certains paramètres sont non-significatifs. D'après les estimés des coefficients *b\_freqVoiceVoftenPOIP*, *b\_freqVoiceVoftenIP* et *b\_swIASP2\_IP*, les répondants qui utilisent fréquemment les télécommunications vocales ou qui ont changé plus de deux fois de fournisseur d'accès internet tendent à privilégier la téléphonie IP.

Enfin, les estimés des paramètres associés aux variables latentes sont donnés en bas du tableau 5.1. Les variables latentes sont décrites à la section 4.3. Comme ces variables sont toutes reliées à la connaissance de la téléphonie IP, on s'attend à ce que les estimés de leurs paramètres associés soient tous positifs puisqu'ils entrent dans les équations d'utilité des alternatives POIP et IP. À l'exception du paramètre  $c_{21}$  qui est associé à la variable latente  $z_{1n}^*$  décrite comme étant la connaissance des fonctionnalités de la téléphonie IP pour l'équation d'utilité de POIP, tous les paramètres estimés sont significatifs au seuil de 1% et du signe espéré. De plus, les paramètres associés à la variable latente  $z_{4n}^*$  qui représente la connaissance préalable de la téléphonie IP, soit  $c_{24}$  pour l'utilité de POIP et  $c_{34}$  pour l'utilité de IP, sont élevés (respectivement 0,635 et 0,683) et significatifs au seuil de 1%. Ainsi, la connaissance préalable de la téléphonie IP joue un rôle important dans l'adoption de cette technologie. Une attention particulière sera donc portée à cette quatrième variable latente.

Les résultats du modèle de choix du modèle ICLV à noyau logit mixte montrent que les paramètres associés aux variables latentes sont en grande partie significatifs et que les variables latentes tendent à fournir un meilleur pouvoir explicatif que certaines caractéristiques du répondant dont le niveau de significativité a diminué par rapport aux autres modèles de choix dans variables latentes.

Le tableau 5.2 comporte la valeur de la fonction objective et de la fonction de log-vraisemblance des modèles de choix pour les modèles comparés dans le tableau 5.1.

Modèle de choix hybride		Modèle logit mixte		Modèle logit	
Fct. objective	Log-vrais.	Fct. objective	Log-vrais.	Fct. objective	Log-vrais.
-192 579.39	-15 676.34	-211 030.93	-15 577.47		-15 577.37

TABLEAU 5.2 – Valeur des fonctions objectives et des fonctions de log-vraisemblance

Le modèle de choix du modèle ICLV à noyau logit mixte performe bien puisque la plupart des paramètres estimés sont significatifs et ce particulièrement pour les paramètres associés aux variables latentes. Cependant, il aurait été souhaitable que la valeur de la fonction de log-vraisemblance associée à ce modèle soit supérieure à celles des modèles logit mixte et logit pour affirmer que l'ajout de variables latentes améliore le modèle, ce qui n'est malheureusement pas le cas. Différentes difficultés économétriques pourraient expliquer ce résultat. Entre autre, l'identification des paramètres du modèle peut avoir causé problème. Des problèmes de spécification et d'emboîtement peuvent aussi avoir eu lieu.

De plus, malgré le fait que l'on s'attende à ce que le modèle logit mixte performe mieux que le modèle logit dû à l'ajout de termes d'erreurs flexibles, la valeur de la fonction de log-vraisemblance de ces deux modèles est pratiquement la même (respectivement -15 577,47 et -15 577,37).

Finalement, la valeur de la fonction objective du modèle ICLV à noyau logit mixte est plus élevée que celle du modèle logit mixte, ce qui correspond à nos attentes.

## 5.2 Résultats des estimations du modèle à variables latentes

Les estimés des paramètres du modèle à variables latentes du modèle ICLV à noyau logit mixte présenté à la section 4.4 sont donnés dans les tableaux 5.3 et 5.4. Le tableau 5.3 renferme les estimations des paramètres des équations structurelles, soit les équations (5.5)-(5.9), tandis que les estimations des paramètres des équations de mesure représentant les indicateurs sont présentées dans le tableau 5.4.

Pour mesurer explicitement la connaissance préalable de la téléphonie IP (variable latentes  $z_{4n}^*$ ), on utilise des réponses aux questions portant sur les connaissances de la téléphonie IP. Les indicateurs utilisés dans le modèle sont tous ceux présentés au tableau 4.3. Le modèle prédit, par l'équation (5.8), que la connaissance préalable de la téléphonie IP est fonction de variables observées (âge et sexe du répondant), du type d'accès internet utilisé, de l'utilisation d'un téléphone cellulaire et de l'expérience passée avec les ordinateurs. Les estimés des paramètres associés à ces variables sont donnés dans le tableau 5.3.

La téléphonie IP nécessite l'utilisation d'un accès internet à haut débit, c'est-à-dire un accès internet rapide et à connexion permanente. On regroupe les accès internet ADSL et par câble dans une seule catégorie notée ADCCT. Les accès internet par fibre optique (FO) et ADCCT sont des accès à haut débit, donc qui permettent l'utilisation de la téléphonie IP, contrairement à l'accès internet par modem téléphonique (DU).

	Paramètres	Estimés	Écart-type	Stat. T
$z_{1n}^*$ $R^2 = 0.076$	Intercept	1.175	0.121	9.726
	pwAge_30	-0.021	0.005	-4.394
	pwAge30_50	0.008	0.002	4.016
	pwAge50_	0.004	0.003	1.382
	male	-0.256	0.024	-10.872
	currUseDU	-0.231	0.078	-2.950
	currUseADCT	-0.583	0.075	-7.801
	currUseFO	-0.563	0.078	-7.178
	nbrYearsPC2_10	-0.076	0.048	-1.570
	nbrYearsPC10_	-0.236	0.052	-4.518
$z_{2n}^*$ $R^2 = 0.592$	Intercept	0.066	0.116	0.571
	pwAge_30	-0.015	0.006	-2.281
	pwAge30_50	0.019	0.003	6.980
	pwAge50_	0.023	0.004	6.406
	male	-0.491	0.034	-14.268
	currUseDU	0.207	0.094	2.198
	currUseADCT	0.143	0.086	1.659
	currUseFO	-0.243	0.093	-2.608
	nbrYearsPC2_10	-0.592	0.064	-9.184
	nbrYearsPC10_	-0.952	0.071	-13.394
$z_{3n}^*$ $R^2 = 0.384$	Intercept	0.112	0.135	0.829
	pwAge_30	-0.014	0.005	-2.567
	pwAge30_50	0.011	0.002	5.212
	pwAge50_	0.011	0.003	3.367
	male	0.015	0.026	0.589
	currUseDU	-0.026	0.078	-0.329
	currUseADCT	-0.446	0.078	-5.725
	currUseFO	-0.260	0.083	-3.150
	nbrYearsPC2_10	-0.094	0.051	-1.834
	nbrYearsPC10_	-0.375	0.056	-6.704
$z_{4n}^*$ $R^2 = 0.564$	Intercept	-4.231	0.076	-55.492
	pwAge_30	0.080	0.003	26.554
	pwAge30_50	-0.016	0.001	-12.170
	pwAge50_	-0.007	0.002	-3.708
	male	0.465	0.016	29.017
	currUseDU	0.302	0.042	7.124
	currUseADCT	1.181	0.040	29.221
	currUseFO	1.057	0.045	23.347
	cellularOnly	-0.491	0.069	-7.076
	nbrYearsPC2_10	0.888	0.028	31.587
nbrYearsPC10_	1.242	0.031	39.511	
$z_{5n}^*$ $R^2 = 0.805$	Intercept	-1.058	0.089	-11.947
	pwAge_30	-0.036	0.005	-6.763
	pwAge30_50	-0.012	0.002	-5.335
	pwAge50_	0.005	0.003	1.551
	male	0.301	0.029	10.336
	currUseDU	0.002	0.081	0.026
	currUseADCT	0.000	0.077	0.006
	currUseFO	0.511	0.083	6.171
	nbrYearsPC2_10	-0.115	0.057	-2.024
	nbrYearsPC10_	0.070	0.062	1.119

TABLEAU 5.3 – Résultats des estimations des équations structurelles du modèle à variables latentes

On s'attend à ce que les répondants utilisant un accès internet, particulièrement accès internet à haut débit, aient une connaissance préalable de la téléphonie IP plus grande que les autres. Ces attentes sont vérifiées par les estimés des paramètres associés aux variables  $currUseDU$ ,  $currUseADCT$  et  $currUseFO$  de la section associée à la variable latente  $z_{4n}^*$  du tableau 4.3 puisqu'ils sont tous de signe positif. Le coefficient estimé associé à l'utilisation d'un accès internet par modem téléphonique ( $currUseDU$ ) est le plus petit des trois, ce qui est logique puisque c'est le seul accès internet qui ne soit pas à haut débit. Les estimés des paramètres associés aux variables  $currUseADCT$  et  $currUseFO$  montrent que l'utilisation d'un accès internet à haut débit affecte positivement les connaissances préalables au sujet de la téléphonie IP du répondant. L'ordre intuitif des estimations de ces trois paramètres est donc respecté. Toujours d'après ces résultats, le paramètre estimé associé à la variable  $male$  illustre que les hommes possèderaient en général une connaissance préalable de la téléphonie IP plus élevée que celle des femmes. De plus, le nombre d'années d'utilisation d'un ordinateur affecterait positivement la connaissance préalable de la téléphonie IP. Une approximation linéaire par morceaux a été appliquée à l'âge des répondants avec des coudes aux âges de 30 et 50 ans. Les estimés des paramètres associés aux variables  $pwAge_{-30}$ ,  $pwAge_{30-50}$  et  $pwAge_{50-}$  permettent d'illustrer l'effet de l'âge sur la connaissance préalable de la téléphonie IP. La figure 5.1 présente ce résultat. Dans un premier temps, la connaissance préalable de la téléphonie IP augmenterait avec l'âge entre 15 et 30 ans, pour ensuite diminuer avec l'âge après 30 ans.

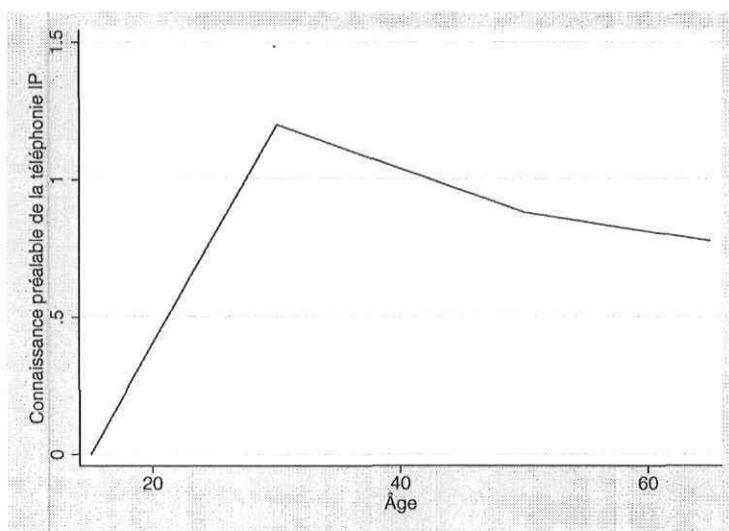


FIGURE 5.1 – Effet de l'âge sur la connaissance préalable de la téléphonie IP

Le pouvoir explicatif de la variable latente  $z_{4n}^*$  (connaissance préalable de la téléphonie IP) est important dû au  $R^2$  qui vaut 0,564. Mis à part la variable latente  $z_{1n}^*$  qui représente la connaissance des fonctionnalités de la téléphonie IP, toutes les autres variables latentes incluses dans le modèle ont aussi un pouvoir explicatif important.

Les estimés des paramètres des équations de mesure présentées à la section 4.4 sont donnés dans le tableau 5.4. Ces résultats montrent que les estimés des paramètres associés à la variable latentes  $z_{4n}^*$  décrite comme étant la connaissance préalable de la téléphonie IP sont toujours positifs et significatifs au seuil de 1%, sauf pour l'indicateur  $I_{21}$  qui est négatif. Ces résultats sont tout à fait cohérents. Les indicateurs binaires  $I_1$  à  $I_{18}$  sont des questions de connaissance sur la téléphonie IP. Il est donc normal que la variable latente  $z_{4n}^*$  (connaissance préalable de la téléphonie IP) influence positivement ces indicateurs. De la même façon, on s'attend à ce que la variable latente  $z_{4n}^*$  influence de façon positive les indicateurs  $I_{19}$ ,  $I_{20}$  et  $I_{22}$ . L'indicateur binaire  $I_{19}$  vaut 1 si le répondant dit avoir déjà entendu parlé de la téléphonie IP et 0 sinon. La connaissance préalable de la téléphonie IP ( $z_{4n}^*$ ) doit donc influencer positivement cette réponse. De même, l'indicateur binaire  $I_{20}$  vaut 1 si le répondant dit préférer adopter les nouveaux produits et services avant les autres et 0 sinon. Encore une fois, la variable latente  $z_{4n}^*$  influence de façon positive cet indicateur, puisque la téléphonie IP est un nouveau service et la connaissance préalable de cette technologie indique que le répondant possède possiblement une telle attitude. De plus, la connaissance préalable de la technologie IP a assurément un effet positif sur l'indicateur  $I_{22}$  qui vaut 1 si le répondant utilise déjà les services de la téléphonie IP et 0 sinon. Pour sa part, l'indicateur  $I_{21}$  représente l'attitude de préférer attendre avant d'adopter de nouveaux produits et services. Comme la téléphonie IP est un service récent, on s'attend à ce que la connaissance préalable de la téléphonie IP affecte négativement l'attitude de préférer attendre avant d'adopter des nouveaux produits et services, ce qui explique le coefficient négatif associé à la variable latente  $z_{4n}^*$  dans l'équation de l'indicateur  $I_{21}$ .

I	Constante		$z_{1n}^*$		$z_{2n}^*$		$z_{3n}^*$		$z_{4n}^*$		$z_{5n}^*$	
	Estimés	Stat. T	Estimés	Stat. T	Estimés	Stat. T	Estimés	Stat. T	Estimés	Stat. T	Estimés	Stat. T
1	2.902	38.322	1.000	-					2.857	31.492		
2	0.776	30.312	1.005	32.725					1.272	41.207		
3	0.269	12.455	0.414	19.792					0.857	36.292		
4	-0.344	-17.152	0.662	32.052					0.594	35.119		
5	1.379	35.433	1.265	27.337					1.785	35.225		
6	0.758	14.718	2.441	18.442					2.049	20.689		
7	-0.373	-25.768	0.334	22.301					0.616	43.678		
8	1.669	17.083			1.000	-			1.713	51.540		
9	-0.264	-5.524			-0.404	-20.507			0.218	19.736		
10	-0.231	-3.998			-0.342	-15.181			1.013	46.692		
11	0.384	8.449			-0.237	-11.608			0.834	49.515		
12	0.434	6.782					1.000	-	0.979	44.711		
13	2.791	45.667					2.862	11.976	4.068	13.455		
14	-0.423	-10.294					0.605	27.706	0.800	39.244		
15	-0.143	-4.304					0.366	19.766	0.924	42.103		
16	-0.874	-55.164					0.034	2.218	0.063	5.949		
17	-1.305	-57.716					-0.021	-1.091	0.250	18.356		
18	-0.456	-19.831					-0.036	-2.385	0.495	40.477		
19	0.341	7.772							1.000	-		
20	1.207	15.755							0.175	11.907	1.000	-
21	-1.192	-22.810							-0.088	-9.173	-0.459	-22.350
22	-1.266	-15.180	-0.230	-8.698	0.554	12.878	-0.173	-6.086	1.545	27.839	-0.118	-4.443

TABLEAU 5.4 – Résultats des estimations des équations de mesure des indicateurs

## 5.3 Analyse à la suite des estimations

Cette section se consacre aux effets de l'âge et de la connaissance préalable de la téléphonie IP sur le choix de la téléphonie IP qui sont engendrés par les estimés des paramètres. Dans un premier temps, l'effet de l'âge sur l'utilité de la téléphonie IP est abordé. Ensuite, la distribution de la connaissance préalable de la téléphonie IP pour les différents échantillons de la base de données est présentée. Finalement, la probabilité d'adoption de la téléphonie IP en fonction de la connaissance préalable de cette technologie est illustrée par un polynôme du second degré.

### 5.3.1 Effet de l'âge dans le modèle de choix

Les estimés des paramètres du modèle de choix présenté à la section 4.3 sont donnés dans la première colonne du tableau 5.1. Parmi les paramètres estimés, on retrouve ceux associés aux relations linéaires par morceaux selon l'âge des répondants. Les trois segments associés à ces relations linéaires sont définis par des coudes aux âges de 30 et 50 ans.

Les deux prochaines figures ont été tracées à l'aide des estimés des paramètres  $b_{pwAgeZX}$  où  $Z$  représente le segment d'âge et  $X \in \{POIP, IP\}$ . Ces estimés définissent la pente de chaque segment de droite associée aux utilités  $U_{POIP}$  et  $U_{IP}$  en fonction de l'âge du répondant.

La figure 5.2 illustre donc, à partir des estimés de certains des paramètres du modèle de choix, l'effet de l'âge sur l'utilité du téléphone traditionnel combiné à la téléphonie IP (POIP) comme choix de service téléphonique résidentiel. D'après les estimations, le bien-être apporté par les deux services téléphoniques utilisés conjointement augmenterait avec l'âge des répondants.

De la même façon, la figure 5.3 illustre l'effet de l'âge sur l'utilité de la téléphonie IP utilisée seule. D'après les estimés, l'utilité de la téléphonie IP diminuerait avec l'âge entre 15 et 30 ans pour ensuite augmenter entre 30 et 50 ans et pour finalement diminuer à nouveau après 50 ans.

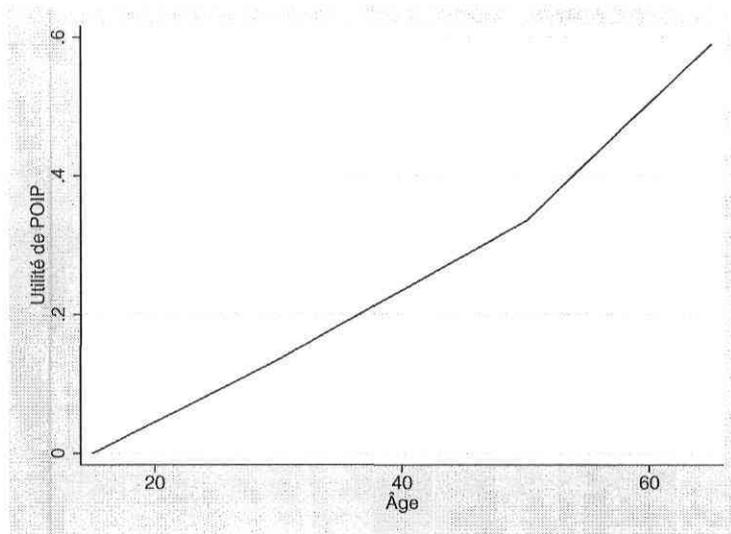


FIGURE 5.2 – Effet de l'âge sur l'utilité de POIP

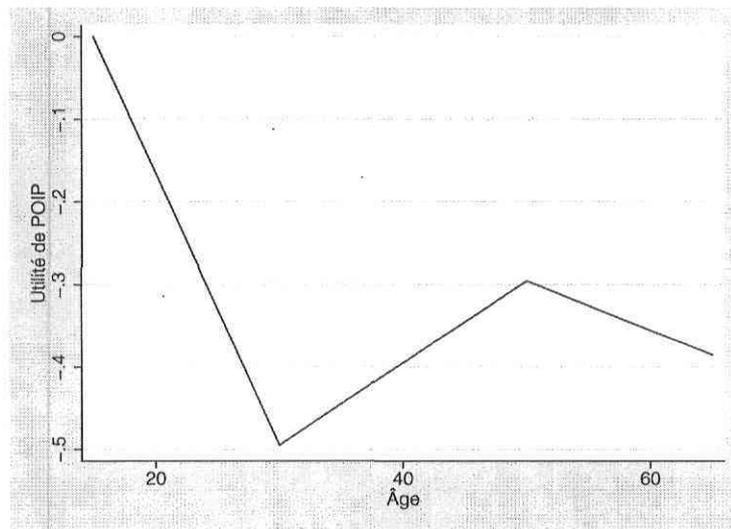


FIGURE 5.3 – Effet de l'âge sur l'utilité de IP

### 5.3.2 Distribution de la connaissance préalable de la téléphonie IP selon les échantillons

Les données utilisées pour estimer le modèle proviennent d'un sondage ayant été effectué sur trois différents échantillons. Le premier échantillon regroupe les personnes qui ont répondu au sondage par internet. Cet échantillon, qui est le plus grand des trois, comporte 11370 individus. Le sondage a aussi été effectué par téléphone dans deux régions différentes. Le deuxième échantillon est constitué des individus ayant répondu au sondage par téléphone et qui proviennent de Tokyo, tandis que ceux du troisième échantillon proviennent d'Osaka. L'échantillon de Tokyo comporte 2660 individus, alors que celui d'Osaka en comporte 2815. On s'attend à ce que les caractéristiques des répondants soient différentes d'après l'échantillon auquel ils appartiennent. Ainsi, ceux qui ont répondu au sondage par internet possèdent possiblement des connaissances informatiques et une connaissance préalable de la téléphonie IP plus développées que ceux qui ont répondu par téléphone.

Les trois prochaines figures montrent les distributions de la connaissance préalable de la téléphonie IP pour les trois différents échantillons. Tel qu'anticipé, l'échantillon Internet possède un degré de connaissance préalable de la téléphonie IP supérieur à ceux des échantillons Tokyo et Osaka. Les deux derniers échantillons (Tokyo et Osaka) sont comparables en terme de connaissance préalable de la téléphonie IP.

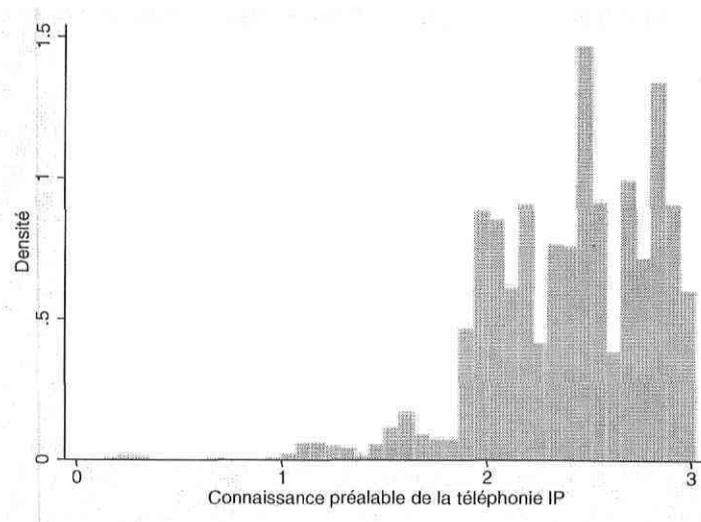


FIGURE 5.4 – Distribution de la connaissance pour l'échantillon Internet

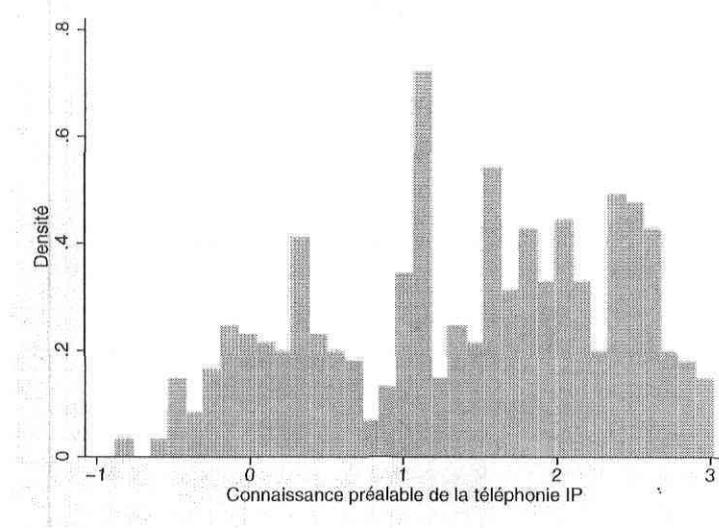


FIGURE 5.5 – Distribution de la connaissance pour l'échantillon Tokyo

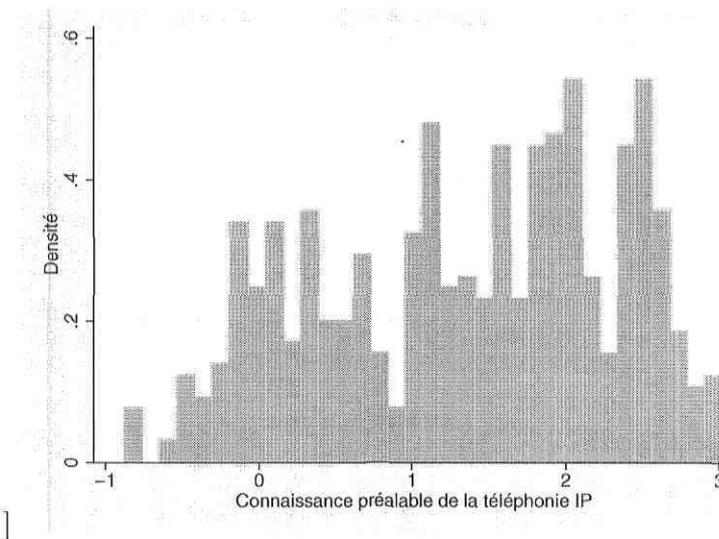


FIGURE 5.6 – Distribution de la connaissance pour l'échantillon Osaka

### 5.3.3 Probabilité d'adoption de la téléphonie IP étant donné la connaissance préalable de la téléphonie IP

En utilisant les estimés des paramètres, il est possible de retrouver la probabilité de choix de chaque alternative pour tous les répondants. Pour ce faire, le simulateur du logit mixte (3.5) est utilisé. Tous les calculs ont été effectués à l'aide d'un programme Fortran. Les probabilités de choix des trois alternatives ont donc été déterminées pour tous les répondants. La probabilité d'adoption de la téléphonie IP est obtenue pour chaque individu en additionnant sa probabilité de choix du téléphone traditionnel combiné à la téléphonie IP (POIP) et sa probabilité de choix de la téléphonie IP uniquement (IP). On s'attend à ce que la connaissance préalable de la téléphonie IP affecte positivement la probabilité d'adoption de la téléphonie IP.

La figure 5.7 est obtenue en faisant passer un polynôme de degré deux par les points déterminés en abscisse par la connaissance préalable de la téléphonie IP et en ordonné par la probabilité d'adoption de la téléphonie IP de tous les répondants. Tel que prévu, plus la connaissance préalable de la téléphonie IP d'un individu est élevée, plus sa probabilité d'adoption de la téléphonie IP est élevée. De plus, la courbure de la courbe indique que l'accroissement se fait à un taux décroissant.

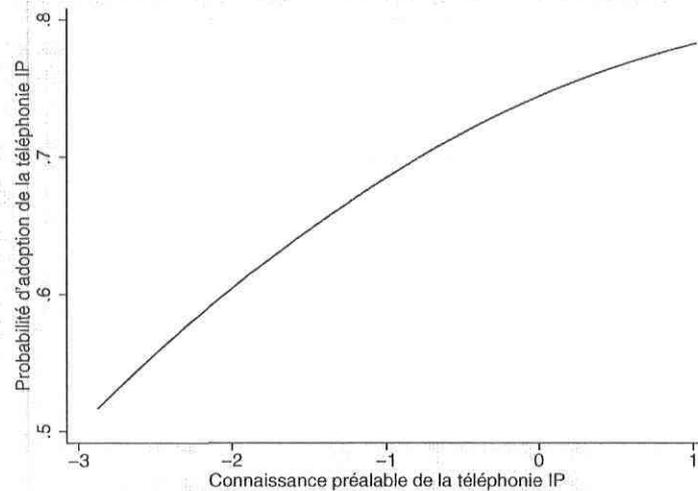


FIGURE 5.7 – Probabilité d'adoption de la téléphonie IP étant donné la connaissance préalable de la téléphonie IP

## 5.4 Application du modèle

L'application du modèle est faite en utilisant les estimations des paramètres du modèle ICLV à noyau logit mixte pour prédire le choix des répondants au sondage selon différents scénarios où certaines valeurs des attributs des alternatives sont changés. Les scénarios de simulation permettent de mesurer comment les choix futurs peuvent différer de ceux observés dans le sondage. Les caractéristiques du ménage de chaque répondant demeurent inchangées dans les modèles. Étant donné les paramètres estimés, il est possible de produire les parts de marchés prévues pour chaque alternative et ce pour des segments du marché en particulier. Les segments utilisés sont définis d'après la classe de revenu et l'échantillon d'appartenance des répondants. En plus d'un scénario de base, trois autres scénarios sont analysés. Ces scénarios correspondent à l'élimination des frais initiaux de la téléphonie IP, à la réduction des frais de la téléphonie IP et à l'augmentation de la connaissance préalable de la téléphonie IP pour tous les répondants.

### Scénario de base

Dans le scénario de base, on assigne comme attributs des services téléphoniques offerts les valeurs qui sont données dans le tableau 5.5. Ce scénario de base n'est pas représentatif des conditions existantes puisqu'il assume que chaque répondant possède une connaissance préalable de la téléphonie IP minimale, c'est-à-dire qu'il considère la téléphonie IP lorsqu'il choisit son service téléphonique résidentiel.

<b>Téléphone traditionnel</b>	<b>Téléphonie IP</b>
Frais initiaux : 72 000 yens	Frais initiaux : 500 yens
Frais mensuels : 2 000 yens	Frais mensuels : 300 yens
Frais des appels locaux : 8 yens / 3 minutes	Frais des appels locaux : 7,5 yens / 3 minutes
Frais des appels longue distance : 60 yens / 3 minutes	Frais des appels longue distance : 7,5 yens / 3 minutes
Frais des appels à un téléphone cellulaire : 80 yens / 3 minutes	Frais des appels à un téléphone cellulaire : 75 yens / 3 minutes

TABLEAU 5.5 – Valeurs de base des attributs des alternatives

D'après les résultats présentés au tableau 5.6, c'est l'alternative du téléphone traditionnel combiné à la téléphonie IP (POIP) qui est la plus populaire pour le scénario de base et ce pour tous les segments du marché considérés. L'alternative de la téléphonie IP est plus populaire auprès des ménages à faibles revenus qu'auprès de ceux à revenu plus élevés. De plus, la téléphonie IP est plus populaire auprès des répondants de l'échantillon Web que ceux de Tokyo et Osaka. Finalement, la colonne *IPTot* correspond à la part du marché occupée par la téléphonie IP, c'est donc le résultat de l'addition des colonnes *POIP* et *IP*.

Variable de segmentation	Nombre de choix	PO	POIP	IP	IPTot
income_4	2965	0,300	0,522	0,178	0,700
income4.8	7715	0,260	0,606	0,134	0,740
income8_	6165	0,236	0,646	0,117	0,764
Web	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tokyo	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Osaka	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tout	16845	0,258	0,606	0,136	0,742

TABLEAU 5.6 – Scénario de base

## Scénario 1 : Élimination des frais initiaux de la téléphonie IP

Les parts de marché ont été calculées à l'aide des mêmes valeurs de base pour les attributs des alternatives, sauf qu'au lieu de poser les frais initiaux de la téléphonie IP égaux à 500 yens, ceux-ci ont été posés égaux à 0. On considère donc le cas où il n'y aurait aucun frais initiaux pour s'abonner à un service de téléphonie IP.

Le tableau 5.7 montre que l'élimination des frais initiaux de la téléphonie IP augmenterait les parts de marché des alternatives POIP et IP dans tous les segments de marché considérés. Ceci implique donc une diminution des parts de marchés pour l'alternative PO pour les différents segments du marché. Toutes choses étant égales par ailleurs, l'élimination des frais initiaux de la téléphonie IP inciterait plus de répondants à choisir la téléphonie IP (combinée au téléphone traditionnel ou non) comparativement au scénario de base.

Variable de segmentation	Nombre de choix	PO	POIP	IP	IPTot
income_4	2965	0,266	0,548	0,186	0,734
income4_8	7715	0,242	0,621	0,138	0,758
income8_	6165	0,223	0,658	0,119	0,777
Web	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tokyo	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Osaka	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tout	16845	0,239	0,621	0,140	0,761

TABLEAU 5.7 – Scénario sans frais initiaux pour la téléphonie IP

## Scénario 2 : Diminution des frais de la téléphonie IP

Le tableau 5.8 montre les parts de marché résultant d'un scénario où la téléphonie IP est plus abordable que dans le scénario de base. En effet, ce nouveau scénario considère que les frais initiaux de la téléphonie IP sont posés égaux à 0 (comme dans le scénario précédent), que les frais mensuels de la téléphonie IP sont coupés de moitié (ils sont donc maintenant de 150 yens) et que les frais d'appels à un téléphone cellulaire à partir d'un téléphone IP sont de 7,5 yens / 3 minutes.

Variable de segmentation	Nombre de choix	PO	POIP	IP	IPTot
income_4	2965	0,226	0,557	0,217	0,774
income4_8	7715	0,218	0,623	0,159	0,782
income8_	6165	0,205	0,657	0,137	0,795
Web	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tokyo	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Osaka	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tout	16845	0,215	0,624	0,161	0,785

TABLEAU 5.8 – Scénario avec les frais de la téléphonie IP réduits

D'après les résultats, la réduction des frais de la téléphonie IP par rapport au scénario de base augmenterait les parts de marché des alternatives POIP et IP dans tous les segments du marché considérés. Évidemment, cela implique une diminution de la part de marché de l'alternative PO pour ces segments de marchés.

### Scénario 3 : Augmentation de la connaissance préalable de la téléphonie IP

Le tableau 5.9 fournit les parts de marché résultant d'un scénario où tous les répondants ont une plus grande connaissance de la téléphonie IP que dans le scénario de base.

Variable de segmentation	Nombre de choix	PO	POIP	IP	IPTot
income4	2965	0,143	0,610	0,247	0,857
income4_8	7715	0,136	0,683	0,181	0,864
income8	6165	0,127	0,717	0,156	0,873
Web	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tokyo	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Osaka	— Voilé pour fin de confidentialité —				
Tout	16845	0,134	0,682	0,183	0,866

TABLEAU 5.9 – Scénario avec connaissance préalable de la téléphonie IP augmentée

D'après les résultats, les alternatives POIP et IP bénéficieraient d'une augmentation de leur part de marché de plus de 5% et ce pour tous les segments du marché considérés.

L'application du modèle permet donc de prévoir comment les parts de marché réagiraient face à la modification de certains attributs des alternatives. D'après les résultats obtenus, l'augmentation de la connaissance de la téléphonie IP dans la population et la diminution des frais de la téléphonie IP pourraient grandement contribuer à faire augmenter les parts de marché de ce type de service téléphonique.

# Conclusion

Ce mémoire fournit la méthodologie nécessaire au développement d'un modèle de choix intégrant des variables latentes. Il produit l'une des premières applications concrètes de l'utilisation des modèles ICLV à noyau logit mixte dans le contexte à plusieurs alternatives et plusieurs variables latentes.

La méthodologie développée a permis d'estimer un modèle de demande pour les services téléphoniques résidentiels. Le modèle proposé a produit pour la première fois un aperçu de l'effet des attitudes et des connaissances des consommateurs sur leur choix d'adopter ou non la téléphonie IP.

Les résultats indiquent que la téléphonie IP a le potentiel de capturer une plus grande part de marché dans le futur à mesure que la connaissance de cette technologie augmentera et que les frais associés diminueront.

Bien que ce mémoire ouvre la voie à l'utilisation de modèles ICLV à noyau logit mixte en montrant leur applicabilité et l'intérêt économique qu'ils suscitent, de futurs travaux devraient être effectués afin de perfectionner ceux-ci.

# Bibliographie

- [1] BEN-AKIVA, M. et D. Bolduc, *Refinements and Evaluations of Costomer Service Choice Behavior Models : Internet Access and IP Telephony*, Rapport préparé pour NTT, 2005. 33 p.
- [2] BEN-AKIVA, M. et Bolduc, D., *Estimation of IP Telephony Demand Using the Integrated Choice and Latent Variables Approach*, Rapport préparé pour NTT, 2006. 27 p.
- [3] BEN-AKIVA, M., D. Bolduc, A. Inoue, K. Nishimatsu, T. Kurosawa, *Modeling the Choice of Internet Access and IP Telephony*, Rapport préparé pour NTT, 2005. 37 p.
- [4] BEN-AKIVA, M., D. McFadden, T. Morikawa, *Incorporating Psychometric Data in Econometric Choice Models*, *Econometric Models in Marketing*, 2002. 5(4), p.275-297
- [5] BEN-AKIVA, M., D. McFadden, K. Train, J. Walker, C. Bhat, M. Bierlaire, D. Bolduc, A. Boersch-Supan, D. Brownstone, D. Bunch, A. Daly, A. De Palma, D. Gopinath, K. Karlstrom, et A. Munizaga, *Hybrid Choice Models : Progress and Challenges*, *Marketing Letters*, 2002. 13(3), p.163-175
- [6] BEN-AKIVA, M., J. Walker, A.T. Bernardino, D.A. Gopinath, T. Morikawa et A. Polydoropoulou, *Integration of Choice and Latent Variable Models*, In *Perpetual Motion : Travel Behaviour Research Opportunities and Application Challenges*, 2002. Chapitre 21, p.431-470
- [7] BOLDUC, D., *Software to Estimate Integrated Choice and Latent Variables Models*, Université Laval, 2006.

- [8] BOLDUC, D., M. Ben-Akiva, A. Michaud et J. Walker, *Hybrid Choice Models : Applicability to Large Scale Models*, Integrated Land-Use and Transportation Models : Behavioral Foundations, 2005. Chapitre 12, p.275-302
- [9] BOLDUC, D., B. Fortin, M.A. Fournier, *The Impact of Incentive Policies to Influence Practice Location of General Practitioners : A Multinomial Probit Analysis*, Journal of Labor Economics, 1996. 14, p.703-732
- [10] McFADDEN, D., K. Train, *Mixed MNL Models for Discrete Response*, Journal of Applied Econometrics, 2000. 15(5), p.447-470
- [11] TRAIN, K., *Discrete Choice Methods with Simulation*, Cambridge University Press, 2003.
- [12] WALKER, J. *Extended Discrete Choice Models : Integrated Framework, Flexible Error Structures, and Latent Variables*, Thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, 2001. 208 p.
- [13] WALKER, J. et M. Ben-Akiva, *Generalized Random Utility*, Mathematical Social Sciences, 2002. 43(3), p.303-343

# Annexe A

## Calcul des dérivées

Pour estimer les modèles ICLV à noyau logit mixte par la méthode du maximum de vraisemblance il faut avoir recours aux dérivées de la fonction de vraisemblance par rapport aux paramètres à estimer. Comme le calcul numérique de ces dérivées augmentait considérablement le temps de calcul du programme d'estimation, des dérivées analytiques ont été ajoutées au programme d'estimation afin de diminuer son temps de calcul. Les détails du calcul de ces dérivées suivent.

*Équations du modèle structurel :*

$$\underset{(L \times 1)}{z_n^*} = \underset{(L \times M)}{B} \underset{(M \times 1)}{w_n} + \underset{(L \times 1)}{\zeta_n} \quad (\text{A.1})$$

où  $\zeta_n \sim NMV(0, I_L)$ .

$$\underset{(J \times 1)}{u_n} = \underset{(J \times K)(K \times 1)}{X_n} a + \underset{(J \times Q)(Q \times 1)}{W_n^*} b + \underset{(J \times L)(L \times 1)}{C} z_n^* + \underset{(J \times F)(F \times F)(F \times 1)}{\mathbf{P} \quad \mathbf{T}} \xi_n + \underset{(J \times 1)}{\nu_n} \quad (\text{A.2})$$

$$= \underset{(J \times K)(K \times 1)}{X_n} a + \underset{(J \times Q)(Q \times 1)}{W_n^*} b + \underset{(J \times P)(P \times 1)}{Z_n^*} c + \underset{(J \times F)(F \times F)(F \times 1)}{\mathbf{P} \quad \mathbf{T}} \xi_n + \underset{(J \times 1)}{\nu_n} \quad (\text{A.3})$$

où  $\xi_n \sim MVN(0, I_F)$  et  $\nu_n$  est i.i.d. selon une loi à valeur extrême de type 1.

*Équations du modèle de mesure :*

Chaque indicateur  $y_{rn}$  des variables latentes peut être soit discret (binaire ou multinomial) ou continu. Dans le cas continu  $y_{rn} = y_{rn}^*$  où :

$$\underset{(1 \times 1)}{y_{rn}^*} = \underset{(1 \times 1)}{\alpha_r} + \underset{(1 \times L)}{\Lambda_r} \underset{(L \times 1)}{z_n^*} + \underset{(1 \times 1)}{\varepsilon_{rn}}, \quad \varepsilon_{rn} \sim MVN(0, \theta_r^2). \quad (\text{A.4})$$

Dans le cas binaire :

$$\underset{(1 \times 1)}{y_{rn}} = \begin{cases} 1 & \text{si } y_{rn}^* \geq 0, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Dans le cas multinomial :

$$\underset{(1 \times 1)}{y_{rn}} = \begin{cases} 1 & \text{si } \gamma_0 < y_{rn}^* \leq \gamma_1, \\ 0 & \text{si } \gamma_1 < y_{rn}^* \leq \gamma_2, \\ \dots & \\ L & \text{si } \gamma_{L-1} < y_{rn}^* \leq \gamma_L. \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

Les indicateurs de choix sont donnés par :

$$d_{in} = \begin{cases} 1 & \text{si } u_{in} \geq u_{jn}, \quad j \neq i, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

L'estimation du modèle défini par les équations précédentes requiert la maximisation de la probabilité jointe suivante :

$$P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta) = \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) g(y_n | w_n, \delta, z_n^*) n(z_n^*; Bw_n, I_L) n(\xi_n; 0, I_F) dz_n^* d\xi_n \quad (\text{A.8})$$

où  $\delta$  est le vecteur joint des paramètres à estimer et  $i_n$  est le choix fait par l'individu  $n$ .

On dénote la densité d'une distribution normale multivariée de moyenne  $h$  et de matrice variance-covariance  $H$  par  $n(e; h, H)$ .

De plus,

$$f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) = \frac{e^{V_{i_n n}}}{\sum_{j \in C_n} e^{V_{j n}}} \quad (\text{A.9})$$

avec

$$\begin{aligned} V_{j n} &= \begin{matrix} X_{j n} & a & + & W_{j n}^* & b & + & C_j & z_n^* & + & P_j & T & \xi_n \\ (1 \times 1) & (1 \times K) & (K \times 1) & (1 \times Q) & (Q \times 1) & (1 \times L) & (L \times 1) & (1 \times F) & (F \times F) & (F \times 1) \end{matrix} \\ &= \begin{matrix} X_{j n} & a & + & W_{j n}^* & b & + & C_j & B & w_n & + & C_j & \zeta_n & + & P_j & T & \xi_n \\ (1 \times K) & (K \times 1) & (1 \times Q) & (Q \times 1) & (1 \times L) & (L \times M) & (M \times 1) & (1 \times L) & (L \times 1) & (1 \times F) & (F \times F) & (F \times 1) \end{matrix} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

où  $X_{j n}$ ,  $W_{j n}^*$ ,  $C_j$  et  $P_j$  sont les lignes  $j$  des matrices  $X_n$ ,  $W_n^*$ ,  $C$  et  $P$  respectivement.

Si l'équation de mesure  $y_{rn}$  est continue,

$$g(y_{rn} | w_n, \delta, z_n^*) = \frac{1}{\theta_r} \phi \left( \frac{y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right). \quad (\text{A.11})$$

Si  $y_{rn}$  est de type binaire,

$$g(y_{rn} | w_n, \delta, z_n^*) = \Phi \left( \frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right)^{y_{rn}} \left( 1 - \Phi \left( \frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right) \right)^{(1-y_{rn})}. \quad (\text{A.12})$$

Si  $y_{rn}$  est de type multinomial,

$$g(y_{rn} = l | w_n, \delta, z_n^*) = \Phi \left( \frac{\gamma_l - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right) - \Phi \left( \frac{\gamma_{l-1} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right). \quad (\text{A.13})$$

Appelons  $h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) \equiv f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)g(y_n | w_n, \delta, z_n^*)$ , alors

$$P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta) = \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) \mathfrak{n}(z_n^*; Bw_n, I_L) \mathfrak{n}(\xi_n; 0, I_J) dz_n^* d\xi_n \quad (\text{A.14})$$

La fonction de vraisemblance s'écrit :

$$l(\delta) = \prod_{n=1}^N P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta) \quad (\text{A.15})$$

Cette fonction engendre la fonction de log-vraisemblance suivante :

$$\Rightarrow L(\delta) = \sum_{n=1}^N \ln P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta) \quad (\text{A.16})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L(\delta)}{\partial \delta} &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \frac{\partial P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)}{\partial \delta} \quad (\text{A.17}) \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} \frac{\partial h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \delta} \mathfrak{n}(z_n^*; Bw_n, I_L) \mathfrak{n}(\xi_n; 0, I_J) dz_n^* d\xi_n \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) \frac{\partial \ln h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \delta} \\ &\quad \mathfrak{n}(z_n^*; Bw_n, I_L) \mathfrak{n}(\xi_n; 0, I_J) dz_n^* d\xi_n \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \int_{\xi_n} \int_{z_n^*} h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*) \\ &\quad \left[ \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \delta} + \frac{\partial \ln g(y_n | w_n, \delta, z_n^*)}{\partial \delta} \right] \mathfrak{n}(z_n^*; Bw_n, I_L) \mathfrak{n}(\xi_n; 0, I_J) dz_n^* d\xi_n \end{aligned}$$

On a utilisé le fait que  $\frac{\partial \ln x}{\partial z} = \frac{1}{x} \frac{\partial x}{\partial z} \Leftrightarrow \frac{\partial x}{\partial z} = x \frac{\partial \ln x}{\partial z}$  et que  $\ln ab = \ln a + \ln b$ .

On peut remplacer  $P(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)$  par le simulateur suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{P}(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta) &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) g(y_n | w_n, \delta, z_n^{*s}) \quad (\text{A.18}) \\ &= \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) \end{aligned}$$

où  $S$  tirages  $\xi_n^s$  et  $z_n^{*s}$  sont effectués à partir des distributions de  $\xi_n$  et de  $z_n^*$ .

D'après la méthode du maximum de vraisemblance simulé on retrouve :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{L}(\delta)}{\partial \delta} &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{\tilde{P}(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \frac{\partial h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s})}{\partial \delta} \quad (\text{A.19}) \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{\tilde{P}(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) \frac{\partial \ln h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s})}{\partial \delta} \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{\tilde{P}(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta)} \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S h(i_n, y_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) \\ &\quad \left[ \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s})}{\partial \delta} + \frac{\partial \ln g(y_n | w_n, \delta, z_n^{*s})}{\partial \delta} \right] \end{aligned}$$

Il ne reste maintenant qu'à faire le calcul de  $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s})}{\partial \delta}$  et de  $\frac{\partial \ln g(y_n | w_n, \delta, z_n^{*s})}{\partial \delta}$  pour les paramètres d'intérêt, puisque les autres composantes de la dernière équation sont connues.

$$f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) = \frac{e^{V_{in}}}{\sum_{j \in C_n} e^{V_{jn}}}$$

$$\Rightarrow \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s}) = V_{in} - \ln \sum_{j \in C_n} e^{V_{jn}} \quad (\text{A.21})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n^s, z_n^{*s})}{\partial \delta} = \frac{\partial V_{in}}{\partial \delta} - \frac{\sum_{h \in C_n} e^{V_{hn}} \frac{\partial V_{hn}}{\partial \delta}}{\sum_{j \in C_n} e^{V_{jn}}} \quad (\text{A.22})$$

De plus,  $\frac{e^{V_{hn}}}{\sum_{j \in C_n} e^{V_{jn}}} = P_n(h|C_n) \equiv pr(h, n)$ , soit la probabilité pour l'individu  $n$  de choisir l'alternative  $h$  parmi l'ensemble de choix  $C_n$ , donc :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \delta} &= \frac{\partial V_{i_n n}}{\partial \delta} - \sum_{h \in C_n} pr(h, n) \frac{\partial V_{hn}}{\partial \delta} \\ &= \frac{\partial V_{i_n n}}{\partial \delta} - \left[ pr(1, n) \frac{\partial V_{1n}}{\partial \delta} + pr(2, n) \frac{\partial V_{2n}}{\partial \delta} + \dots + pr(J, n) \frac{\partial V_{Jn}}{\partial \delta} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Il est donc possible de calculer  $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \delta}$  pour  $\delta \in (a_k, c_p, d_t, \sigma_{jf}, B_{lm})$ . Pour ce faire, il faut trouver dans un premier temps  $\frac{\partial V_{jn}}{\partial \delta}$  pour les différentes valeurs que prend  $\delta$ .

$V_{jn}$  peut s'écrire de deux façon, soit :

$$V_{jn} = X_{jn}a + W_{jn}^*b + C_j B w_n + C_j \zeta_n + P_j T \xi_n \text{ et}$$

$$V_{jn} = X_{jn}a + W_{jn}^*b + Z_{jn}^*c + P_j T \xi_n.$$

## A.1 Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial a_k}$

Comme  $X_{jn}a = a_1 x_{j1n} + a_2 x_{j2n} + \dots + a_K x_{jKn}$  alors  $\frac{\partial V_{jn}}{\partial a_k} = x_{jkn}$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial a_k} = x_{i_n kn} - \bar{x}_{kn} \quad (\text{A.24})$$

où  $\bar{x}_{kn} = pr(1, n)x_{1kn} + pr(2, n)x_{2kn} + \dots + pr(J, n)x_{Jkn}$  et  $x_{jkn}$  représente l'élément de la ligne  $j$  et de la colonne  $k$  de la matrice  $X_n$ .

## A.2 Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial b_q}$

Comme  $W_{jn}^* b = b_1 w_{j1n}^* + b_2 w_{j2n}^* + \dots + b_Q w_{jQn}^*$  alors  $\frac{\partial V_{jn}}{\partial b_q} = w_{jqn}^*$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial b_q} = w_{inqn}^* - \bar{w}_{qn}^* \quad (\text{A.25})$$

où  $\bar{w}_{qn}^* = pr(1, n)w_{1qn}^* + pr(2, n)w_{2qn}^* + \dots + pr(J, n)w_{Jqn}^*$  et  $w_{jqn}^*$  représente l'élément de la ligne  $j$  et de la colonne  $q$  de la matrice  $W_n^*$ .

## A.3 Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial c_p}$

Comme  $Z_{jn}^* c = c_1 z_{j1n}^* + c_2 z_{j2n}^* + \dots + c_P z_{jPn}^*$  alors  $\frac{\partial V_{jn}}{\partial c_p} = z_{jpn}^*$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial c_p} = z_{inpn}^* - \bar{z}_{pn}^* \quad (\text{A.26})$$

où  $\bar{z}_{pn}^* = pr(1, n)z_{1pn}^* + pr(2, n)z_{2pn}^* + \dots + pr(J, n)z_{Jpn}^*$  et  $z_{jpn}^*$  représente l'élément de la ligne  $j$  et de la colonne  $p$  de la matrice  $Z_n^*$ .

## A.4 Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \sigma_{jf}}$

Comme  $P_j T \xi_n = P_{j1} \sigma_1 \xi_{1n} + P_{j2} \sigma_2 \xi_{2n} + P_{jF} \sigma_F \xi_{Fn}$ , alors  $\frac{\partial V_{jn}}{\partial \sigma_{jf}} = P_{jf} \xi_{fn}$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial \sigma_{jf}} = (P_{injf} - \bar{P}_f) \xi_{fn} \quad (\text{A.27})$$

où  $\bar{P}_f = pr(1, n)P_{1f} + pr(2, n)P_{2f} + \dots + pr(J, n)P_{Jf}$  et  $P_{jf}$  représente l'élément de la ligne  $j$  et de la colonne  $f$  de la matrice  $P$ .

## A.5 Calcul de $\frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial B_{lm}}$

Comme  $C_j B w_n = (c_{j1} b_{11} + c_{j2} b_{21} + \dots + c_{jL} b_{L1}) w_{1n} + (c_{j1} b_{12} + c_{j2} b_{22} + \dots + c_{jL} b_{L2}) w_{2n} + \dots + (c_{j1} b_{1M} + c_{j2} b_{2M} + \dots + c_{jL} b_{LM}) w_{Mn}$ , alors  $\frac{\partial V_{jn}}{\partial b_{lm}} = c_{jl} w_{mn}$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln f(i_n | X_n, w_n, \delta, \xi_n, z_n^*)}{\partial B_{lm}} = (c_{inl} - \bar{c}_l) w_{mn} \quad (\text{A.28})$$

où  $\bar{c}_l = pr(1, n)c_{1l} + pr(2, n)c_{2l} + \dots + pr(J, n)c_{Jl}$ . De plus,  $c_{jl}$  représente l'élément de la ligne  $j$  et de la colonne  $l$  de la matrice  $C$  et  $B_{lm}$  représente l'élément de la ligne  $l$  et de la colonne  $m$  de la matrice  $B$ .

Il est possible de calculer directement  $\frac{\partial \ln g(y_{rn} | w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \delta}$  pour  $\delta \in (B_{lm}, \lambda_{rl}, \alpha_r, \theta_r, \gamma_{rl})$ . Ces calculs suivent.

Rappelons que si l'équation de mesure  $y_{rn}$  est continue,

$$g(y_{rn} | w_n, \delta, z_n^*) = \frac{1}{\theta_r} \phi \left( \frac{y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right) \quad (\text{A.29})$$

où

$$\frac{\phi \left( \frac{y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r} \right)}{\theta_r} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_r} \exp \left( -\frac{1}{2} \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*)^2}{\theta_r^2} \right) \quad (\text{A.30})$$

$$\Rightarrow \ln g(y_{rn} | w_n, \delta, z_n^*) = \ln \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\theta_r} \exp \left( -\frac{1}{2} \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*)^2}{\theta_r^2} \right) \right) \quad (\text{A.31})$$

$$= -\ln \left( \sqrt{2\pi}\theta_r \right) - \frac{1}{2} \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*)^2}{\theta_r^2} \quad (\text{A.32})$$

$$= -\ln \left( \sqrt{2\pi}\theta_r \right) - \frac{1}{2} \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r B w_n - \Lambda_r \zeta_n)^2}{\theta_r^2} \quad (\text{A.33})$$

### A.6 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}}$ dans le cas continu

Comme  $\Lambda_r B w_n = (\lambda_{r1} B_{11} + \lambda_{r2} B_{21} + \dots + \lambda_{rL} B_{L1}) w_{1n} + \dots + (\lambda_{r1} B_{1M} + \lambda_{r2} B_{2M} + \dots + \lambda_{rL} B_{LM}) w_{Mn}$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}} = \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r B w_n - \Lambda_r \zeta_n)}{\theta_r^2} \lambda_{rl} w_{mn} \quad (\text{A.34})$$

### A.7 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}}$ dans le cas continu

Comme  $\Lambda_r z_n^* = \lambda_{r1} z_{1n}^* + \lambda_{r2} z_{2n}^* + \dots + \lambda_{rL} z_{Ln}^*$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}} = \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r B w_n - \Lambda_r \zeta_n)}{\theta_r^2} z_{ln}^* \quad (\text{A.35})$$

### A.8 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \alpha_r}$ dans le cas continu

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \alpha_r} = \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r B w_n - \Lambda_r \zeta_n)}{\theta_r^2} \quad (\text{A.36})$$

### A.9 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r}$ dans le cas continu

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r} = -\frac{1}{\theta_r} + \frac{(y_{rn} - \alpha_r - \Lambda_r z_n^*)^2}{\theta_r^3} \quad (\text{A.37})$$

De la même manière, si  $y_{rn}$  est de type binaire,

$$g(y_{rn}|w_n, \delta, z_n^*) = \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)^{y_{rn}} \left(1 - \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)\right)^{(1-y_{rn})}. \quad (\text{A.38})$$

La règle qui suit sera utile pour le calcul des prochaines dérivées :

$$\frac{\partial \ln \Phi(z)}{\partial \beta} = \frac{\phi(z)}{\Phi(z)} \frac{\partial z}{\partial \beta} \quad (\text{A.39})$$

### A.10 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \alpha_r}$ dans le cas binaire

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \alpha_r} = \left(\frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{\Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \frac{1}{\theta_r}\right)^{y_{rn}} \left(-\frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \frac{1}{\theta_r}\right)^{(1-y_{rn})} \quad (\text{A.40})$$

### A.11 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}}$ dans le cas binaire

Comme  $\Lambda_r z_n^* = \lambda_{r1} z_{1n}^* + \lambda_{r2} z_{2n}^* + \dots + \lambda_{rL} z_{Ln}^*$

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}} = \left(\frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{\Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \frac{z_{ln}^*}{\theta_r}\right)^{y_{rn}} \left(-\frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \frac{z_{ln}^*}{\theta_r}\right)^{(1-y_{rn})} \quad (\text{A.41})$$

### A.12 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r}$ dans le cas binaire

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r} = \left( \frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) (\alpha_r + \Lambda_r z_n^*)}{\Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \theta_r^2} \right)^{y_{rn}} \left( \frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) (\alpha_r + \Lambda_r z_n^*)}{1 - \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \theta_r^2} \right)^{(1-y_{rn})} \quad (\text{A.42})$$

### A.13 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}}$ dans le cas binaire

Comme  $\Lambda_r z_n^* = \Lambda_r B w_n + \Lambda_r z_n^* \zeta_n$  et que  $\Lambda_r B w_n = (\lambda_{r1} B_{11} + \lambda_{r2} B_{21} + \dots + \lambda_{rL} B_{L1}) w_{1n} + \dots + (\lambda_{r1} B_{1M} + \lambda_{r2} B_{2M} + \dots + \lambda_{rL} B_{LM}) w_{Mn}$

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}} = \left( \frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \lambda_{rl} w_{mn}}{\Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \theta_r} \right)^{y_{rn}} \left( \frac{\phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \lambda_{rl} w_{mn}}{1 - \Phi\left(\frac{\alpha_r + \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \theta_r} \right)^{(1-y_{rn})} \quad (\text{A.43})$$

Pour terminer, si  $y_{rn}$  est de type multinomial,

$$g(y_{rn} = l|w_n, \delta, z_n^*) = \Phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right). \quad (\text{A.44})$$

### A.14 Calcul de $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r}$ dans le cas multinomial

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \theta_r} = \frac{-\phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \frac{(\gamma_l - \Lambda_r z_n^*)}{\theta_r^2} + \phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) \frac{(\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*)}{\theta_r^2}}{\Phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \quad (\text{A.45})$$

**A.15** Calcul de  $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}}$  dans le cas multinomial

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \lambda_{rl}} = \left( \frac{\phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{\Phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \right) \frac{z_{ln}^*}{\theta_r} \quad (\text{A.46})$$

**A.16** Calcul de  $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}}$  dans le cas multinomial

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial B_{lm}} = \left( \frac{\phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{\Phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \right) \frac{\lambda_{rl} w_{mn}}{\theta_r} \quad (\text{A.47})$$

**A.17** Calcul de  $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \gamma_{l-1}}$  dans le cas multinomial

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \gamma_{l-1}} = \left( \frac{-\phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{\Phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \right) \frac{1}{\theta_r} \quad (\text{A.48})$$

**A.18** Calcul de  $\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \gamma_l}$  dans le cas multinomial

$$\frac{\partial \ln g(y_{rn}|w_n, \delta, \xi_n)}{\partial \gamma_l} = \left( \frac{\phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)}{\Phi\left(\frac{\gamma_l - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right) - \Phi\left(\frac{\gamma_{l-1} - \Lambda_r z_n^*}{\theta_r}\right)} \right) \frac{1}{\theta_r} \quad (\text{A.49})$$

